Examenul național de bacalaureat 2021
Proba E. c)

Matematică *M_mate-info*

Testul 1

Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică-informatică
Filiera vocațională, profilul militar, specializarea matematică-informatică

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă zece puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de trei ore.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

5p **1.** Határozza meg az $M=\left\{n\in\mathbf{N} \mid n^2<7+\sqrt{7}\right\}$ halmaz elemeinek számát!

5p **2.** Adott az $f:\mathbf{R}\to\mathbf{R}$, $f(x)=x^2-6x+m$ függvény, ahol m valós szám. Határozza meg az m valós szám azon értékeit, amelyekre az f függvényhez rendelt parabola csúcsának ordinátája szigorúan nagyobb mint 0.

5p **3.** Oldja meg az $\sqrt{x+3}=x-3$ egyenletet a valós számok halmazán!

5p **4.** Határozza meg egy 12 elemű halmaz legtöbb 2 elemet tartalmazó részhalmazainak számát!

5p **5.** Az xOy derékszögű koordinátarendszerben adottak az $A(4,1)$ és $B(-1,2)$ pontok. Határozza meg az A ponton áthaladó OB-vel párhuzamos és a B ponton áthaladó OA-val párhuzamos egyenesek metszéspontjának koordinátáit!

5p **6.** Igazolja, hogy $\dfrac{1}{1+\operatorname{tg} x}+\dfrac{1}{1+\operatorname{ctg} x}=1$, bármely $x\in\left(0,\dfrac{\pi}{2}\right)$ esetén!

SUBIECTUL II **(30 de puncte)**

1. Adott az $A(a)=\begin{pmatrix}1-a & 2a & 0\\ -a & 1+2a & 0\\ 0 & 0 & 1+a\end{pmatrix}$ mátrix, ahol a valós szám.

5p **a)** Igazolja, hogy $\det\left(A(1)\right)=4$.

5p **b)** Igazolja, hogy $A(a)\cdot A(b)=A(a+b+ab)$, bármely a és b valós szám esetén!

5p **c)** Bizonyítsa be, hogy ha a, b és c olyan valós számok, amelyekre $A(a)\cdot A(b)\cdot A(c)=A(0)$, akkor $(1+a)(1+b)(1+c)=1$.

2. Az $M=(0,+\infty)$ halmazon értelmezzük az $x*y=\sqrt{x^2+y^2}$ műveletet.

5p **a)** Igazolja, hogy $3*4=5$.

5p **b)** Határozza meg azokat az $x\in M$ értékeket, amelyekre $x*\sqrt{5}<x+1$.

5p **c)** Igazolja, hogy végtelen sok olyan (m,n) nemnulla természetes számpár létezik, amelyekre m, n és $m*n$ számok egy számtani haladvány egymás utáni tagjai!

SUBIECTUL III **(30 de puncte)**

1. Adott az $f:\mathbf{R}\to\mathbf{R}$, $f(x)=x-\sqrt{x^2-4x+5}$ függvény.

5p **a)** Igazolja, hogy $f'(x)=\dfrac{\sqrt{x^2-4x+5}-x+2}{\sqrt{x^2-4x+5}}$, $x\in\mathbf{R}$.

5p **b)** Igazolja, hogy f szigorúan növekvő $\mathbf{R}$-en!

5p **c)** Határozza meg az f függvény grafikus képének vízszintes aszimptotáját a $+\infty$-ben!

2. Adott az $f:\mathbf{R}\to\mathbf{R}$, $f(x)=x^2+1$ függvény.

5p **a)** Igazolja, hogy $\displaystyle\int_0^1 f(x)\,dx=\frac{4}{3}$.

5p	**b)** Számítsa ki $\int_0^1 e^x f(x)\,dx$ értékét.
5p	**c)** Igazolja, hogy $\int_{-1}^{1} \lvert x \ln(f(x)) \rvert \,dx = 2\ln 2 - 1$.