

Examenul național de bacalaureat 2021

Proba E. c)

Matematică *M_pedagogic*

Testul 5

Filiera vocațională, profilul pedagogic, specializarea învățător-educatoare

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă zece puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de trei ore.

I. FELADATSOR

(30 punct)

- 5p 1. Igazolja, hogy $\frac{2}{2-\sqrt{3}} - \sqrt{3}(\sqrt{3}+2) = 1$.
- 5p 2. Adott az $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 2x - 6$ függvény. Határozza meg az a valós számot, tudva azt, hogy $f(a) + f(2a) = f(9)$.
- 5p 3. Oldja meg a valós számok halmazán az $x + \sqrt{3x} = 2x$ egyenletet!
- 5p 4. Határozza meg, az $\{1, 2, 3, 4, 5\}$ halmaz elemeivel alkotható háromjegyű páratlan természetes számok számát!
- 5p 5. Az xOy derékszögű koordináta-rendszerben adottak az $A(1, -3)$ és $B(5, 1)$ pontok, valamint a d egyenes, amelynek az egyenlete $x - 2y + a = 0$, ahol a egy valós szám. Határozza meg az a valós számot, tudva azt, hogy az AB szakasz felezőpontja rajta van a d egyenesen!
- 5p 6. Számítsa ki az A -ban derékszögű ABC háromszög területét, ha $BC = 20$ és $\sin B = \frac{4}{5}$.

II. FELADATSOR

(30 pont)

A valós számok halmazán értelmezzük az $x \circ y = 5xy - 5x - 5y + 6$ asszociatív műveletet.

- 5p 1. Igazolja, hogy $1 \circ 5 = 1$.
- 5p 2. Igazolja, hogy $x \circ y = 5(x-1)(y-1) + 1$, bármely x és y valós szám esetén!
- 5p 3. Mutassa ki, hogy $e = \frac{6}{5}$ a „ \circ ” művelet semleges eleme!
- 5p 4. Határozza meg az x valós számot, amelyre $\frac{4}{5} \circ x = \frac{6}{5}$.
- 5p 5. Határozza meg az (a, b) természetes számpárokat, amelyekre $a \circ b = 21$.
- 5p 6. Számítsa ki $\frac{5}{1} \circ \frac{5}{2} \circ \frac{5}{3} \circ \dots \circ \frac{5}{9}$.

III. FELADATSOR

(30 pont)

Adottak az $A = \begin{pmatrix} -2 & -4 \\ 3 & 2 \end{pmatrix}$, $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ és $B(x) = 2xA - I_2$ mátrixok, ahol x valós szám.

- 5p 1. Igazolja, hogy $\det A = 8$.
- 5p 2. Igazolja, hogy $A \cdot A = -8I_2$.
- 5p 3. Igazolja, hogy a $B(x)$ mátrix invertálható, bármely x valós szám esetén!
- 5p 4. Határozza meg az x valós számot, amelyre $B(x) \cdot B\left(\frac{1}{2}\right) = 9I_2$.
- 5p 5. Igazolja, hogy $xB(x) - yB(y) = (x-y)B(x+y)$, bármely x és y valós szám esetén!
- 5p 6. Határozza meg a k egész számot, amelyre $B(1) - 2B(2) + 3B(3) - \dots - 20B(20) = kB(21)$.