Examenul național de bacalaureat 2021
Proba E. c)
Matematică *M_tehnologic*

Simulare

Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă zece puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de trei ore.**

I. THEMA (30 Punkte)

5p **1.** Zeige, dass $(1+3i)^2-6i=-8$, wo $i^2=-1$.

5p **2.** Gegeben sind die Funktionen $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x+1$ und $g:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $g(x)=3x-7$. Bestimme die Koordinaten des Schnittpunktes der Schaubilder der zwei Funktionen.

5p **3.** Löse in der Menge der reellen Zahlen die Gleichung $\sqrt{3-x}=2x$.

5p **4.** Zeige, dass die Anzahl der Teilmengen mit zwei Elementen aus der Menge $A=\{1,2,3,4,5\}$ gleich der Anzahl der Teilmengen mit drei Elementen aus der Menge A.

5p **5**. Gegeben sind die Punkte $A(1,2)$, $B(-1,0)$ und $C(0,a)$ in dem kartesischen Koordinatensystem xOy, wo a eine reelle Zahl ist. Bestimme die reelle Zahl a, wenn die Gerade AB den Punkt C enthält.

5p **6.** Gegeben ist die reelle Zahl $x\in\left(0,\frac{\pi}{2}\right)$ so, dass $\cos x+\sin\frac{\pi}{6}=1$. Berechne $\sin x$.

II. THEMA (30 Punkte)

1. Gegeben sind die Matrizen $A=\begin{pmatrix}2 & 4\\ -1 & -2\end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix}-2 & -6\\ 1 & 3\end{pmatrix}$ und $M(x)=A+xB$, wo x eine reelle Zahl ist.

5p **a)** Zeige, dass $\det A=0$.

5p **b)** Beweise, dass $M(x)\cdot M(1)=xM(1)$, für alle reellen Zahlen x.

5p **c)** Bestimme die natürliche Zahl n, wenn $M(4)\cdot M(3)\cdot M(2)\cdot M(1)=nM(1)$.

2. Auf der Menge der reellen Zahlen definiert man die Verknüpfung $x*y=x+y+x^2y^2$.

5p **a)** Zeige, dass $1*2=7$.

5p **b)** Beweise, dass $e=0$ das neutrale Element der Verknüpfung „$*$” ist.

5p **c)** Bestimme die ganzen Zahlen x so, dass $(-2)*x\le 3$.

III. THEMA (30 Punkte)

1. Gegeben ist die Funktion $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=e^x+x^4-2x+2$.

5p **a)** Zeige, dass $f'(x)=e^x+4x^3-2$, $x\in\mathbb{R}$.

5p **b)** Bestimme die Gleichung der Tangenten an das Schaubild der Funktion f in dem Punkt mit der Abszisse $x=0$, der zum Schaubild der Funktion f gehört.

5p **c)** Beweise, dass die Funktion f konvex ist.

2. Gegeben ist die Funktion $f:(0,+\infty)\to\mathbb{R}$, $f(x)=x-\frac{1}{x}$.

5p **a)** Zeige, dass $\int_1^3\left(f(x)+\frac{1}{x}\right)dx=4$.

5p **b)** Zeige, dass $\int_1^2\left(f(x)+\frac{1}{x}\right)\ln x\,dx=2\ln 2-\frac{3}{4}$.

5p **c)** Bestimme die größte natürliche von Null verschiedene Zahl n so, dass $\int_1^{\sqrt{2}} x^{n+1}f^n(x)\,dx\ge\frac{1}{2021}$.