

Examenul național de bacalaureat 2024

Proba E. c)

Matematică *M_tehnologic*

BAREM DE EVALUARE ȘI DE NOTARE

Simulare județeană – 23 aprilie 2024

Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale

- Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.
- Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.
- Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la 10 a punctajului total obținut pentru lucrare.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

1.	$(1-\sqrt{3})^2 + \sqrt{12} = 1 - 2\sqrt{3} + 3 + \sqrt{12} =$ $= 4 - 2\sqrt{3} + 2\sqrt{3} = 4$	2p 3p
2.	$f(a) = a^2 - 5a + 4; f(a) = 4 \Leftrightarrow$ $a^2 - 5a = 0$ de unde obținem $a = 5$ care convine, $a = 0$ care nu convine.	2p 3p
3.	$2^{2x+5} = 2^3 \Leftrightarrow 2x+5 = 3$ $x = -1$	3p 2p
4.	Număr cazuri favorabile = 9. Număr cazuri posibile = 90. $P = \frac{\text{nr. cazuri favorabile}}{\text{nr. cazuri posibile}} = \frac{9}{90} = \frac{1}{10}$	2p 3p
5.	$M(2,0)$ este mijlocul segmentului AB Ecuația medianei din vârful C este $y = 0$	2p 3p
6.	$\cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2} \quad \cos 120^\circ = -\frac{1}{2}$ $\cos^2 30^\circ + \cos^2 120^\circ = \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 + \left(-\frac{1}{2}\right)^2 = 1$	3p 2p

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1.a)	$\det A = \begin{vmatrix} 3 & -2 \\ -2 & 3 \end{vmatrix} = 3 \cdot 3 - (-2) \cdot (-2) =$ $= 9 - 4 = 5$	3p 2p
b)	$A \cdot A = \begin{pmatrix} 13 & -12 \\ -12 & 13 \end{pmatrix}, 4I_2 = \begin{pmatrix} 4 & 0 \\ 0 & 4 \end{pmatrix}, B(3) = \begin{pmatrix} 3 & -4 \\ -4 & 3 \end{pmatrix}$ $A \cdot A - 4I_2 = \begin{pmatrix} 13 & -12 \\ -12 & 13 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 4 & 0 \\ 0 & 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 9 & -12 \\ -12 & 9 \end{pmatrix} = 3B(3)$	3p 2p
c)	$\det(A \cdot B(x)) = \det A \cdot \det B(x) \quad , \quad \det A = 5, \quad \det B(x) = 3x - 16$ $\det(A \cdot B(x)) < 10 \Leftrightarrow 5(3x - 16) < 10$ $x \in (-\infty, 6) \cap \mathbb{N} \Rightarrow x \in \{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$	3p 2p

2.a)	$(-1) \circ 2 = (-1) \cdot 2 - (-1) - 2 =$	3p
	$= -2 + 1 - 2 = -3$	2p
b)	$x \circ y = xy - x - y + 1 - 1 =$	2p
	$= -x(1 - y) + (1 - y) - 1 = (1 - x)(1 - y) - 1$, pentru orice numere reale x, y .	3p
c)	$m \circ n = 1 \Leftrightarrow (1 - m) \cdot (1 - n) - 1 = 1$	2p
	$(1 - m) \cdot (1 - n) = 2$ și cum m și n numere întregi $(m, n) \in \{(0, -1), (-1, 0), (2, 3), (3, 2)\}$	3p

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

1.a)	$f'(x) = \frac{3x^2}{3} - \frac{1}{x} = x^2 - \frac{1}{x} =$	3p
	$= \frac{x^3 - 1}{x} = \frac{(x-1)(x^2 + x + 1)}{x}$, $x \in (0, \infty)$	2p
b)	$f(1) = \frac{1}{3}$, $f'(1) = 0$	2p
	Ecuția tangentei $y - f(1) = f'(1) \cdot (x - 1)$, adică $y = \frac{1}{3}$	3p
c)	$f'(x) \leq 0$, pentru orice $x \in (0, 1] \Rightarrow f$ este descrescătoare pe $(0, 1]$ și $f'(x) \geq 0$, pentru orice $x \in [1, \infty) \Rightarrow f$ este crescătoare pe $[1, \infty)$. Obținem $f(x) \geq f(1)$, $x \in (0, \infty)$	3p
	$\Rightarrow f(x) \geq \frac{1}{3}$ pentru orice $x \in (0, \infty)$ $f\left(\frac{1}{2024}\right) \geq \frac{1}{3}$ și $f(2024) \geq \frac{1}{3}$, deci $f\left(\frac{1}{2024}\right) + f(2024) \geq \frac{2}{3}$.	2p
2.a)	$\int_{-1}^1 \frac{f(x)}{e^x} dx = \int_{-1}^1 \frac{(2-x) \cdot e^x}{e^x} dx = \int_{-1}^1 (2-x) dx = \left(2x - \frac{x^2}{2}\right) \Big _{-1}^1$	3p
	$= \left(2 - \frac{1}{2}\right) - \left(-2 - \frac{1}{2}\right) = 4$	2p
b)	$\int_0^1 f(x) dx = \int_0^1 (2-x) \cdot e^x dx = (2-x) \cdot e^x \Big _0^1 - \int_0^1 (-e^x) dx =$	3p
	$\left[(2-x) \cdot e^x + e^x \right]_0^1 = e^x \cdot (3-x) \Big _0^1$ $= 2e - 3$	2p
c)	Dacă F este o primitivă a funcției f , $x \in \mathbb{R} \Rightarrow F'(x) = f(x)$, $x \in \mathbb{R}$	2p
	$F''(x) = f'(x) = (1-x) \cdot e^x \leq 0$ pentru orice $x \in [1, \infty) \Rightarrow F$ este concavă pe intervalul $[1, \infty)$.	3p