

Examenul național de bacalaureat 2024  
Proba E. c)  
Matematică *M\_tehnologic*  
Simulare județeană – 23 aprilie 2024

*Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale*

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.

**SUBIECTUL I**

**(30 de puncte)**

- 5p 1. Arătați că  $(1 - \sqrt{3})^2 + \sqrt{12} = 4$ .
- 5p 2. Determinați numărul real nenul  $a$  pentru care punctul  $A(a, 4)$  aparține graficului funcției  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = x^2 - 5x + 4$ .
- 5p 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația  $2^{2x+5} = 8$ .
- 5p 4. Calculați probabilitatea ca, alegând un număr din mulțimea numerelor naturale de două cifre, acesta să aibă cifra unităților egală cu 0.
- 5p 5. În reperul cartezian  $xOy$  se consideră punctele  $A(2, 3), B(2, -3)$  și  $C(6, 0)$ . Scrieți ecuația medianei din punctul C.
- 5p 6. Arătați că  $\cos^2 30^\circ + \cos^2 120^\circ = 1$ .

**SUBIECTUL al II-lea**

**(30 de puncte)**

1. Se consideră matricele  $A = \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ -2 & 3 \end{pmatrix}, I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$  și  $B(x) = \begin{pmatrix} x & -4 \\ -4 & 3 \end{pmatrix}$ , unde  $x$  este număr real.
- 5p a) Arătați că  $\det A = 5$ .
- 5p b) Demonstrați că  $A \cdot A - 4I_2 = 3 \cdot B(3)$ .
- 5p c) Determinați valorile naturale ale lui  $x$  pentru care  $\det(A \cdot B(x)) < 10$ .
2. Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție  $x \circ y = xy - x - y$ .
- 5p a) Arătați că  $(-1) \circ 2 = -3$ .
- 5p b) Demonstrați că  $x \circ y = (1 - x) \cdot (1 - y) - 1$ , pentru orice numere reale  $x$  și  $y$ .
- 5p c) Determinați perechile  $(m, n)$  de numerele întregi pentru care  $m \circ n = 1$ .

**SUBIECTUL al III-lea**

**(30 de puncte)**

1. Se consideră funcția  $f: (0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = \frac{x^3}{3} - \ln x$ .
- 5p a) Arătați că  $f'(x) = \frac{(x-1)(x^2+x+1)}{x}, x \in (0, \infty)$ .
- 5p b) Determinați ecuația tangentei la graficul funcției  $f$  în punctul de abscisă  $x=1$ , situat pe graficul funcției.
- 5p c) Demonstrați  $f\left(\frac{1}{2024}\right) + f(2024) \geq \frac{2}{3}$ .
2. Se consideră funcția  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = (2-x) \cdot e^x$ .
- 5p a) Arătați că  $\int_{-1}^1 \frac{f(x)}{e^x} dx = 4$ .
- 5p b) Arătați că  $\int_0^1 f(x) dx = 2e - 3$ .
- 5p c) Demonstrați că orice primitivă  $F$  a funcției  $f$  este concavă pe intervalul  $[1, \infty)$ .