

Examenul național de bacalaureat 2024
Proba E. c)
Matematică $M_{\text{șt-nat}}$
BAREM DE EVALUARE ȘI DE NOTARE

Model februarie 2024

Filiera teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii

- Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.
- Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.
- Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la 10 a punctajului total acordat pentru lucrare.

SUBIECTUL I

(30 puncte)

1.	$-\frac{8}{5} = -1,6$	3p
	$\left\{-\frac{8}{5}\right\} = 0,4$	2p
2.	$(x+2)^2 = (x-2)(3x+6); \quad x^2 + 4x + 4 = 3x^2 - 12$	2p
	$2x^2 - 4x - 16 = 0$ de unde $x_1 = -2$ care nu convine, $x_2 = 4$, care convine	3p
3.	$m < 0; \quad \frac{-\Delta}{4a} = 2; \quad \frac{4m-25}{4m} = 2$	3p
	$8m = 4m - 25$, deci $m = -\frac{25}{4}$	2p
4.	$2^x = t > 0; \quad t^2 - 12t + 32 = 0;$	2p
	$t_1 = 4; \quad t_2 = 8$ și $x_1 = 2; \quad x_2 = 3$	3p
5.	$m_{AB} = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = \frac{1}{2};$ Fie M mijlocul lui AB , atunci $M(0,4)$	2p
	Ecuția mediatoarei este: $y - y_M = \frac{-1}{m_{AB}}(x - x_M)$	2p
	$y - 4 = -2x$ sau $y + 2x - 4 = 0$	1p
6.	$\sin^2 x = \frac{1}{2} \Rightarrow \sin x = \pm \frac{\sqrt{2}}{2},$	2p
	$x \in \left\{\frac{\pi}{4}, \frac{3\pi}{4}, \frac{5\pi}{4}, \frac{7\pi}{4}\right\}$	3p

SUBIECTUL al II-lea

(30 puncte)

1.a)	$\det A = \begin{vmatrix} 0 & 3 \\ -3 & 0 \end{vmatrix} = 9; \quad \det 3A = \begin{vmatrix} 0 & 9 \\ -9 & 0 \end{vmatrix} = 81$	3p
	$3\det(A) - \det(3A) = 27 - 81 = -54$	2p
b)	$A^2 = \begin{pmatrix} -9 & 0 \\ 0 & -9 \end{pmatrix}$	2p
	$A^2 + 4I_2 = \begin{pmatrix} -9 & 0 \\ 0 & -9 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 4 & 0 \\ 0 & 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -5 & 0 \\ 0 & -5 \end{pmatrix}$	3p
c)	$A^{-1} = \frac{1}{\det A} A^*; \quad A^* = \begin{pmatrix} 0 & -3 \\ 3 & 0 \end{pmatrix}$	3p

	$A^{-1} = \begin{pmatrix} 0 & -\frac{1}{3} \\ \frac{1}{3} & 0 \end{pmatrix}$	2p
2.a)	$x * y = xy + 2x + 2y + 2 = x(y + 2) + 2y + 4 - 2 =$ $= x(y + 2) + 2(y + 2) - 2 = (x + 2)(y + 2) - 2$ pentru orice $x, y \in \mathbb{R}$	3p 2p
b)	Se demonstrează că $(x * y) * z = x * (y * z)$ pentru orice $x, y, z \in \mathbb{R}$ $x * (-2) = -2$ și $(-2) * y = -2$ pentru orice $x, y \in \mathbb{R}$ $(-2024) * (-2023) * \dots * (-2) * \dots * 2023 * 2024 = -2$	1p 2p 2p
c)	Cum $x * y \in \mathbb{Z}$, rezultă că $(x + 2)(y + 2) \in \mathbb{Z}$ fie $(m, n) = 1$ luăm $x + 2 = \frac{m}{n}$ și $y + 2 = \frac{n}{m}$, unde m, n sunt numere întregi nenule Ex. $x = \frac{9}{4} - 2 = \frac{1}{4} \in \mathbb{Q} \setminus \mathbb{Z}$ și $y = \frac{4}{9} - 2 = -\frac{14}{9} \in \mathbb{Q} \setminus \mathbb{Z}$	1p 1p 3p

SUBIECTUL al III-lea
(30 puncte)

1.a)	$f'(x) = (4\ln^3 x)(\ln x)'$ $f'(x) = \frac{4\ln^3 x}{x}, x \in (0, \infty)$	3p 2p
b)	$\lim_{x \rightarrow e} \frac{f(x) - f(e)}{x - e} = f'(e)$ $f'(e) = \frac{4}{e}$	2p 3p
c)	$y - f(e) = f'(e)(x - e)$ $f(e) = 1$ $y - 1 = \frac{4}{e}(x - e)$	3p 2p
2.a)	f este derivabilă pe $(-1, 1)$ $f'(x) = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} + \frac{x}{\sqrt{1-x^2}} = \frac{1+x}{\sqrt{(1-x)(1+x)}} = \sqrt{\frac{1+x}{1-x}} = g(x)$, deci f este o primitivă a funcției g	2p 3p
b)	$\int_0^{\frac{1}{2}} g(x) dx = f(x) \Big _0^{\frac{1}{2}} = (\arcsin x - \sqrt{1-x^2}) \Big _0^{\frac{1}{2}}$ $= \arcsin \frac{1}{2} - \sqrt{1 - \frac{1}{4}} - \arcsin 0 + 1 = \frac{\pi}{6} - \frac{\sqrt{3}}{2} + 1$	3p 2p
c)	$f'(x) = g(x); g(x) > 0 \Rightarrow f$ strict crescătoare $\forall x \in (-1, 1) \Rightarrow f(x) < f(1) \Rightarrow$ $f(x) < \frac{\pi}{2} \Rightarrow \int_0^1 f(x) dx < \frac{\pi}{2}$	3p 2p