

Examenul național de bacalaureat 2024
Proba E. c)

Matematică $M_mate-info$

Varianta 3

Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică-informatică

Filiera vocațională, profilul militar, specializarea matematică-informatică

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă zece puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de trei ore.

THEMA I

(30 Puncte)

- 5p** 1. Bestimme das Glied a_1 der arithmetischen Folge $(a_n)_{n \geq 1}$, mit $a_2 = 14$ und $a_3 = 18$.
- 5p** 2. Gegeben ist die Funktion $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x + 2$. Zeige, dass $(f \circ f)(5) = 9$.
- 5p** 3. Löse in der Menge der reellen Zahlen die Gleichung $\sqrt[3]{x^2 + 2x + 1} = \sqrt[3]{1 - x}$.
- 5p** 4. Bestimme wie viele natürliche zweistellige ungerade Zahlen mit verschiedenen Ziffern kann man mit den Elementen der Menge $A = \{1, 2, 3, 7, 9\}$ bilden.
- 5p** 5. Gegeben ist der Punkt $A(2,1)$ in dem kartesischen Koordinatensystem xOy . Bestimme die Koordinaten des Punktes B so, dass $\overline{AB} = 2\overline{OA}$.
- 5p** 6. Gegeben ist das Dreieck ABC , rechtwinklig in A , mit $BC = 12$ und $AB = \frac{BC}{2}$. Zeige, dass der Flächeninhalt des Dreiecks ABC gleich $18\sqrt{3}$ ist.

THEMA II

(30 Puncte)

1. Gegeben sind die Matrizen $A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ und $B(x) = \begin{pmatrix} 2^x & 0 & 0 \\ 0 & 1 & x \\ 0 & x & 1 \end{pmatrix}$, wo x eine reelle Zahl ist.
- 5p** a) Zeige, dass $\det(B(1)) = 0$.
- 5p** b) Zeige, dass $B(x) \cdot B(y) - B(x+y) = xyA$, für alle reelle Zahlen x und y .
- 5p** c) Bestimme die reellen Zahlen x so, dass $B(x) \cdot B(x+1) - B(2x) \cdot B(1) = xA$.
2. Gegeben ist das Polynom $f = X^3 + aX^2 + X + 2 - a$, wo a eine reelle Zahl ist.
- 5p** a) Zeige, dass $f(1) = 4$, für jede reelle Zahl a .
- 5p** b) Für $a = 2$, bestimme die Wurzeln des Polynoms f .
- 5p** c) Bestimme die reelle Zahl a so, dass $(x_1 - x_1^2)(x_2 - x_2^2)(x_3 - x_3^2) = 4$, wobei x_1, x_2 und x_3 die Wurzeln des Polynoms f sind.

THEMA III

(30 Puncte)

1. Gegeben ist die Funktion $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = (x^2 - 2)e^{2x}$.
- 5p** a) Zeige, dass $f'(x) = 2e^{2x}(x^2 + x - 2)$, $x \in \mathbb{R}$.
- 5p** b) Berechne $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{f'(x)}$.
- 5p** c) Bestimme die Bildmenge der Funktion f .
2. Gegeben ist die Funktion $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^4 + 6x^2 + 1$.
- 5p** a) Zeige, dass $\int_{-1}^1 (f(x) - 6x^2) dx = \frac{12}{5}$.

5p b) Zeige, dass $\int_1^6 \frac{x^3}{f(x)-1} dx = \frac{\ln 6}{2}$.

5p c) Zeige, dass $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1}{x^3} \int_0^x (f(2t) - f(t)) dt \right) = 6$.