

Examenul național de bacalaureat 2024
Proba E. c)

Matematică $M_{\text{mate-info}}$

Varianta 3

Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică-informatică

Filiera vocațională, profilul militar, specializarea matematică-informatică

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă zece puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de trei ore.

I. FELADATSOR

(30 punct)

- 5p** 1. Határozza meg annak az $(a_n)_{n \geq 1}$ számtani haladványnak az a_1 tagját, amelyben $a_2 = 14$ és $a_3 = 18$.
- 5p** 2. Adott az $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x + 2$ függvény. Igazolja, hogy $(f \circ f)(5) = 9$.
- 5p** 3. Oldja meg a valós számok halmazán a $\sqrt[3]{x^2 + 2x + 1} = \sqrt[3]{1 - x}$ egyenletet!
- 5p** 4. Határozza meg, hány páratlan, különböző számjegyekből álló, kétjegyű természetes szám képezhető az $A = \{1, 2, 3, 7, 9\}$ halmaz elemeiből!
- 5p** 5. Az xOy derékszögű koordináta-rendszerben adott az $A(2, 1)$ pont. Határozza meg annak a B pontnak a koordinátáit, amelyre $\overline{AB} = 2\overline{OA}$.
- 5p** 6. Az A -ban derékszögű ABC háromszögben $BC = 12$ és $AB = \frac{BC}{2}$. Igazolja, hogy az ABC háromszög területe $18\sqrt{3}$.

II. FELADATSOR

(30 pont)

1. Adottak az $A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ és $B(x) = \begin{pmatrix} 2^x & 0 & 0 \\ 0 & 1 & x \\ 0 & x & 1 \end{pmatrix}$ mátrixok, ahol x valós szám.
- 5p** a) Igazolja, hogy $\det(B(1)) = 0$.
- 5p** b) Igazolja, hogy $B(x) \cdot B(y) - B(x+y) = xyA$, bármely x és y valós szám esetén!
- 5p** c) Határozza meg azokat az x valós számokat, amelyekre $B(x) \cdot B(x+1) - B(2x) \cdot B(1) = xA$.
2. Adott az $f = X^3 + aX^2 + X + 2 - a$ polinom, ahol, a valós szám.
- 5p** a) Igazolja, hogy $f(1) = 4$, bármely a valós szám esetén!
- 5p** b) Ha $a = 2$, határozza meg az f polinom gyökeit!
- 5p** c) Határozza meg azt az a valós számot, amelyre $(x_1 - x_1^2)(x_2 - x_2^2)(x_3 - x_3^2) = 4$, ahol x_1, x_2 és x_3 az f polinom gyökei!

III. FELADATSOR

(30 pont)

1. Adott az $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = (x^2 - 2)e^{2x}$ függvény.
- 5p** a) Igazolja, hogy $f'(x) = 2e^{2x}(x^2 + x - 2)$, $x \in \mathbb{R}$.
- 5p** b) Számítsa ki a $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{f'(x)}$ határértéket!
- 5p** c) Határozza meg az f függvény képhalmazát!
2. Adott az $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^4 + 6x^2 + 1$ függvény.
- 5p** a) Igazolja, hogy $\int_{-1}^1 (f(x) - 6x^2) dx = \frac{12}{5}$.

- 5p** b) Igazolja, hogy $\int_1^6 \frac{x^3}{f(x)-1} dx = \frac{\ln 6}{2}$.
- 5p** c) Igazolja, hogy $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1}{x^3} \int_0^x (f(2t) - f(t)) dt \right) = 6$.