

Examenul național de bacalaureat 2024
Proba E. c)

Matematică $M_mate-info$

Varianta 3

Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică-informatică

Filiera vocațională, profilul militar, specializarea matematică-informatică

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă zece puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de trei ore.

СУБЈЕКАТ I

(30 бодова)

- 56 1. Одредите члан a_1 аритметичке прогресије $(a_n)_{n \geq 1}$, са $a_2 = 14$ и $a_3 = 18$.
- 56 2. Сматра се функција $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x + 2$. Докажите да $(f \circ f)(5) = 9$.
- 56 3. Решите у скупу реалних бројева једначину $\sqrt[3]{x^2 + 2x + 1} = \sqrt[3]{1 - x}$.
- 56 4. Одредите колико природне непарне двоцифрене бројеве, са различитим цифрама, могу се добијати са елементима скупа $A = \{1, 2, 3, 7, 9\}$.
- 56 5. У картезијанском реперу xOy сматра се тачка $A(2, 1)$. Одредите координате тачке B тако да $\overline{AB} = 2\overline{OA}$.
- 56 6. Сматра се троугао ABC , правоугли у A , са $BC = 12$ и $AB = \frac{BC}{2}$. Докажите да површина троугла ABC једнака је са $18\sqrt{3}$.

СУБЈЕКАТ II

(30 бодова)

1. Сматрају се матрице $A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ и $B(x) = \begin{pmatrix} 2^x & 0 & 0 \\ 0 & 1 & x \\ 0 & x & 1 \end{pmatrix}$, где x реалан број.
- 56 а) Докажите да $\det(B(1)) = 0$.
- 56 б) Докажите да $B(x) \cdot B(y) - B(x+y) = xyA$, за било које реалне бројеве x и y .
- 56 в) Одредите реалне бројеве x тако да $B(x) \cdot B(x+1) - B(2x) \cdot B(1) = xA$.
2. Сматра се полином $f = X^3 + aX^2 + X + 2 - a$, где a јесте реалан број.
- 56 а) Докажите да $f(1) = 4$, за било који реални број a .
- 56 б) За $a = 2$, одредите солуције (корени) полинома f .
- 56 в) Одредите реалан број a тако да $(x_1 - x_1^2)(x_2 - x_2^2)(x_3 - x_3^2) = 4$, где x_1, x_2 и x_3 су солуције (корени) полинома f .

СУБЈЕКАТ III

(30 бодова)

1. Сматра се функција $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = (x^2 - 2)e^{2x}$.
- 56 а) Докажите да $f'(x) = 2e^{2x}(x^2 + x - 2)$, $x \in \mathbb{R}$.
- 56 б) Израчунајте $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{f'(x)}$.
- 56 в) Одредите слику функције f .
2. Сматра се функција $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^4 + 6x^2 + 1$.
- 56 а) Докажите да $\int_{-1}^1 (f(x) - 6x^2) dx = \frac{12}{5}$.

- 56 b) Докажите да $\int_1^6 \frac{x^3}{f(x)-1} dx = \frac{\ln 6}{2}$.
- 56 c) Докажите да $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1}{x^3} \int_0^x (f(2t) - f(t)) dt \right) = 6$.