

Filiera vocațională, profilul pedagogic, specializarea învățător-educatoare

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă zece puncte din oficiu.
- Timp de lucru efectiv este de trei ore.

SUBIECTUL I**(30 puncte)**

- 5p 1. Determinați $a \in \mathbf{R}$, știind că numerele a , 2022, 2024 sunt în progresie aritmetică.
- 5p 2. Punctul $P(2,3)$ este vârful parabolei asociate funcției $f: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$, $f(x) = x^2 + mx + n$. Calculați $f(-3)$.
- 5p 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $\log_2(3x^2 - x - 2) = 3$.
- 5p 4. Calculați probabilitatea ca, alegând un număr din mulțimea numerelor de două cifre, acesta să aibă cifra zecilor impară și cifra unităților să fie divizibilă cu 5.
- 5p 5. În sistemul de coordonate xOy se consideră punctele $A(3,5)$, $B(-2,5)$, $C(6,-3)$. Determinați ecuația medianei corespunzătoare laturii BC în ΔABC .
- 5p 6. Determinați $x \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$, astfel încât: $\sin x \cdot \sin(2\pi + x) = \cos x \cdot \cos(x - 2\pi)$.

SUBIECTUL al II-lea**(30 puncte)**

- Pe mulțimea numerelor reale definim legea de compoziție $x * y = xy + ax - 2y + b$, $\forall x, y \in \mathbf{R}$.
- 5p 1) Determinați valorile a și b pentru care $1 * 3 = 3 * 1 = 1$.
- 5p 2) Pentru $a = -2$ și $b = 6$ rezolvați ecuația $(x * x) * x = 3$, $x \in \mathbf{R}$.
- 5p 3) Aflați numărul natural n pentru care $x * n = n$, știind că $a = -2$ și $b = 6$.
- 5p 4) Știind că $a = -2$ și $b = 6$, să se determine o perechea de numerele rationale x, y astfel încât $x * y \in \mathbf{Z}$.
- 5p 5) Știind că legea de compoziție "*" este asociativă, pentru $a = -2$ și $b = 6$, să se calculeze valoarea expresiei: $A = \lg 2 * \lg 3 * \lg 4 * \dots * \lg 2024$.
- 5p 6) Se consideră funcția $f: \mathbf{R} \setminus \{0\} \rightarrow \mathbf{R}$; $f(x) = \frac{1}{x}$, rezolvați inecuația $f(x) * f(x) \geq 3$.

SUBIECTUL al III-lea**(30 puncte)**

- 5p Fie matricea $A(x) = \begin{pmatrix} 2x-1 & 4x-4 \\ 1-x & 3-2x \end{pmatrix}$, $x \in \mathbf{R}$.
- 5p 1) Arătați că $\det(A(-1)) = 1$.
- 5p 2) Arătați că $A(1) \cdot A(2) = A(2) \cdot A(1)$.
- 5p 3) Demonstrați că $A(x) \cdot A(y) = A(x+y-1)$, $\forall x, y \in \mathbf{R}$.
- 5p 4) Determină numărul natural n , știind că $A(2) \cdot A(2^2) \cdot A(2^3) = A(64) \cdot A(-n)$.
- 5p 5) Demonstrează că matricea $A(1) + nA(-1)$ este inversabilă, $x \in \mathbf{N}$.
- 5p 6) Rezolvați în mulțimea numerelor reale, ecuația $\det(A(x) + A^t(x)) = 4$