

Simulare județeană - Examenul național de bacalaureat, aprilie 2024

Proba E.c)

Matematică *M_șt-nat*

Barem de evaluare și de notare

Varianta 1

Filiera teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii

- Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.
- Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat de barem.
- Se acordă zece puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la zece a punctajului total acordat pentru lucrare.

SUBIECTUL I

(30 puncte)

5p	1. $a = 5, b = 11$ $3a - 2b = -7$	3p 2p
5p	2. $x = -y$ și $y = f(x)$ $x = -1, y = 1 \Rightarrow A(-1, 1)$	2p 3p
5p	3. $x^2 - 3x + 3 = (x - 1)^2$ $x = 2$, care verifică ecuația	2p 3p
5p	4. $C_8^0 + C_8^1 + C_8^2 + C_8^3 =$ $1 + 8 + 28 + 56 = 93$	3p 2p
5p	5. $m_{OA} = 3, m_{BC} = -\frac{3}{a+1}$ $OA \perp BC \Rightarrow m_{OA} \cdot m_{BC} = -1 \Rightarrow a = 8$	2p 3p
5p	6. $\sin(14^\circ + 31^\circ) =$ $= \sin 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2}$	3p 2p

SUBIECTUL al II-lea

(30 puncte)

5p	1. a) $X(a) = \begin{pmatrix} 1 + 4a & 6a \\ 2a & 1 + 3a \end{pmatrix}$ $\det(X(a)) = 0 \Rightarrow 1 + 7a = 0, a = -\frac{1}{7}$	2p 3p
5p	b) $X(a) \cdot X(b) = (I_2 + aA)(I_2 + bA) = I_2 + aA + bA + abA^2$ $A^2 = 7A \Rightarrow X(a) \cdot X(b) = I_2 + (a + b + 7ab)A = X(a + b + 7ab), \forall a, b \in \mathbb{R}$	2p 3p
5p	c) $X(1) = \begin{pmatrix} 5 & 6 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}$ și $\det(X(1)) = 8$ $\det[(X(1))^{2024}] = [\det(X(1))]^{2024} = 8^{2024} = 2^{6072}$	2p 3p
5p	2. a) $\hat{4} \cdot \hat{0} = \hat{0}, \hat{4} \cdot \hat{2} = \hat{0}, \hat{4} \cdot \hat{4} = \hat{0}, \hat{4} \cdot \hat{6} = \hat{0}$ $\hat{4}a = \hat{0} \Rightarrow a \in \{\hat{0}, \hat{2}, \hat{4}, \hat{6}\}$	3p 2p
5p	b) $\hat{a} \in \mathbb{Z}_8$ este inversabil dacă $(a, 8) = 1 \Rightarrow a \in \{\hat{1}, \hat{3}, \hat{5}, \hat{7}\}$ $\hat{1} \cdot \hat{3} \cdot \hat{5} \cdot \hat{7} = \hat{1}$	3p 2p
5p	c) $f(\hat{0}) = \hat{0}, f(\hat{1}) = \hat{1}, f(\hat{2}) = \hat{4}, f(\hat{3}) = \hat{1}, f(\hat{4}) = \hat{0}, f(\hat{5}) = \hat{1}, f(\hat{6}) = \hat{4}, f(\hat{7}) = \hat{1}$ $\Rightarrow \text{Im}(f) = \{\hat{0}, \hat{1}, \hat{4}\} \neq \mathbb{Z}_8$, deci funcția f nu este surjectivă	3p 2p

SUBIECTUL al III-lea

(30 puncte)

5p	1. a) $f'(x) = \frac{(2\sqrt{x})'(x^2+1) - 2\sqrt{x}(x^2+1)'}{(x^2+1)^2}$ Finalizare calcul	2p 3p
5p	b) d: $y - f(1) = f'(1)(x - 1)$ $f(1) = 1, f'(1) = -\frac{1}{2} \Rightarrow d: x + 2y - 3 = 0$	2p 3p

5p	<p>c) $f'(x) < 0, \forall x \in \left(\frac{\sqrt{3}}{3}, \infty\right) \Rightarrow f$ este strict descrescătoare pe $\left(\frac{\sqrt{3}}{3}, \infty\right) \Rightarrow f(e) > f(\pi)$</p> <p>Finalizare</p>	3p 2p
5p	<p>3. a) $g(x)$ este primitivă a lui $f(x)$ dacă $g(x)$ este derivabilă pe $(0, \infty)$ și $g'(x) = f(x), \forall x \in (0, \infty)$ $g(x)$ este derivabilă pe $(0, \infty)$ fiind raport de funcții elementare și</p> $g'(x) = \frac{(\ln x)' \sqrt{x} - (\sqrt{x})' \ln x}{(\sqrt{x})^2} = f(x), \forall x \in (0, \infty)$	2p 3p
5p	<p>b) $\int_e^{e^2} f(x) dx = \int_e^{e^2} g'(x) dx = g(x) \Big _e^{e^2} = g(e^2) - g(e)$ $= \frac{2 - \sqrt{e}}{e}$</p>	3p 2p
5p	<p>c) $\int_1^2 xf(x^2 + 1) dx = \frac{1}{2} \int_1^2 (x^2 + 1)' f(x^2 + 1) dx = \frac{1}{2} g(x^2 + 1) \Big _1^2 =$ $= \frac{1}{2} (g(5) - g(2)) = \frac{\sqrt{10}}{20} \ln \frac{5\sqrt{2}}{2\sqrt{5}}$</p>	3p 2p