

Examenul național de bacalaureat 2024

Proba E. c)

Matematică $M_{tehnologic}$

Varianta 3

Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă zece puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de trei ore.

THEMA I

(30 Puncte)

- 5p** 1. Zeige, dass $(0,3 + 0,4) \cdot 10 + 2 \cdot 0,5 = 8$.
- 5p** 2. Gegeben ist die Funktion $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 2x - 1$. Zeige, dass $f(1) + f(2) = 4$.
- 5p** 3. Löse in der Menge der reellen Zahlen die Gleichung $\log_5(2x + 1) = \log_5 5$.
- 5p** 4. Bestimme die Wahrscheinlichkeit, dass für eine gewählte Zahl aus der Menge $A = \{11, 21, 31, 41, 51, 61, 71, 81, 91\}$, diese durch 3 teilbar ist.
- 5p** 5. Gegeben sind die Punkte $A(3,1)$, $B(m,2)$ und $C(5,3)$ im kartesischen Koordinatensystem xOy , wobei m eine reelle Zahl ist. Bestimme die reelle Zahl m so, dass der Punkt B die Mitte der Strecke AC ist.
- 5p** 6. Gegeben ist das Dreieck ABC , rechtwinklig in A , mit $BC = 20$ und $AC = 16$. Zeige, dass der Umfang des Dreiecks ABC gleich 48 ist.

THEMA II

(30 Puncte)

1. Gegeben sind die Matrizen $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ und $A(x) = \begin{pmatrix} 2x+1 & 1 \\ 1 & x \end{pmatrix}$, wobei x eine reelle Zahl ist.
- 5p** a) Zeige, dass $\det(A(1)) = 2$.
- 5p** b) Zeige, dass $A(1) + A(5) = 2A(3)$.
- 5p** c) Bestimme die Matrix $X \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ so, dass $X \cdot A(1) = A(3)$.
2. Gegeben ist das Polynom $f = X^3 + mX^2 + 2X - 5$, wobei m eine reelle Zahl ist.
- 5p** a) Zeige, dass $f(0) = -5$, für jede reelle Zahl m .
- 5p** b) Bestimme die reelle Zahl m , wobei 1 Wurzel des Polynoms f ist.
- 5p** c) Bestimme die natürliche Zahl m so, dass $x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 = 5$, wobei x_1 , x_2 und x_3 die Wurzeln des Polynoms f sind.

THEMA III

(30 Puncte)

1. Gegeben ist die Funktion $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{x^2}{x^2 + 1}$.
- 5p** a) Zeige, dass $f'(x) = \frac{2x}{(x^2 + 1)^2}$, $x \in \mathbb{R}$.
- 5p** b) Bestimme die Gleichung der horizontalen Asymptote gegen $+\infty$ an das Schaubild der Funktion f .
- 5p** c) Bestimme die Monotonieintervalle der Funktion f .
2. Gegeben ist die Funktion $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = e^x(x + 1)$.
- 5p** a) Zeige, dass $\int_0^1 \frac{f(x)}{x+1} dx = e - 1$.
- 5p** b) Zeige, dass $\int_0^1 f(x) dx = e$.
- 5p** c) Bestimme die reelle Zahl a , $a > 1$, so, dass $\int_1^a \frac{2xf(x^2)}{x^2 + 1} dx = e(e^3 - 1)$.