

**Examenul național de bacalaureat 2024**

**Proba E. c)**

**Matematică  $M_{tehnologic}$**

**Varianta 3**

*Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale*

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă zece puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de trei ore.

**I. FELADATSOR**

**(30 punct)**

- 5p** 1. Igazolja, hogy  $(0,3+0,4) \cdot 10 + 2 \cdot 0,5 = 8$ .
- 5p** 2. Adott az  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = 2x - 1$  függvény. Igazolja, hogy  $f(1) + f(2) = 4$ .
- 5p** 3. Oldja meg a valós számok halmazán a  $\log_5(2x+1) = \log_5 5$  egyenletet!
- 5p** 4. Számítsa ki annak a valószínűségét, hogy az  $A = \{11, 21, 31, 41, 51, 61, 71, 81, 91\}$  halmazból véletlenszerűen kiválasztott szám osztható legyen 3-mal!
- 5p** 5. Az  $xOy$  derékszögű koordináta-rendszerben adottak az  $A(3,1)$ ,  $B(m,2)$  és  $C(5,3)$  pontok, ahol  $m$  valós szám. Határozza meg az  $m$  valós számot, tudva azt, hogy a  $B$  pont az  $AC$  szakasz felezőpontja!
- 5p** 6. Az  $A$ -ban derékszögű  $ABC$  háromszögben  $BC = 20$  és  $AC = 16$ . Igazolja, hogy az  $ABC$  háromszög területe 48.

**II. FELADATSOR**

**(30 pont)**

1. Adottak az  $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$  és  $A(x) = \begin{pmatrix} 2x+1 & 1 \\ 1 & x \end{pmatrix}$  mátrixok, ahol  $x$  valós szám.
- 5p** a) Igazolja, hogy  $\det(A(1)) = 2$ .
- 5p** b) Igazolja, hogy  $A(1) + A(5) = 2A(3)$ .
- 5p** c) Határozza meg azt az  $X \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R})$  mátrixot, amelyre  $X \cdot A(1) = A(3)$ .
2. Adott az  $f = X^3 + mX^2 + 2X - 5$  polinom, ahol  $m$  valós szám.
- 5p** a) Igazolja, hogy  $f(0) = -5$ , bármely  $m$  valós szám esetén!
- 5p** b) Határozza meg az  $m$  valós számot, tudva azt, hogy az 1 gyöke az  $f$  polinomnak!
- 5p** c) Határozza meg azt az  $m$  természetes számot, amelyre  $x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 = 5$ , ahol  $x_1$ ,  $x_2$  és  $x_3$  az  $f$  polinom gyökei!

**III. FELADATSOR**

**(30 pont)**

1. Adott az  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = \frac{x^2}{x^2+1}$  függvény.
- 5p** a) Igazolja, hogy  $f'(x) = \frac{2x}{(x^2+1)^2}$ ,  $x \in \mathbb{R}$ .
- 5p** b) Határozza meg az  $f$  függvény vízszintes aszimptotájának egyenletét a  $+\infty$  felé!
- 5p** c) Határozza meg az  $f$  függvény monotonitási intervallumait!
2. Adott az  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = e^x(x+1)$  függvény.
- 5p** a) Igazolja, hogy  $\int_0^1 \frac{f(x)}{x+1} dx = e - 1$ .
- 5p** b) Igazolja, hogy  $\int_0^1 f(x) dx = e$ .
- 5p** c) Határozza meg azt az  $a$ ,  $a > 1$  valós számot számot, amelyre  $\int_1^a \frac{2xf(x^2)}{x^2+1} dx = e(e^3 - 1)$ .