

Examenul național de bacalaureat 2024

Proba E. c)

Matematică *M_tehnologic*

Varianta 9

Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă zece puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de trei ore.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

- 5p** 1. Arătați că $\sqrt{2} \cdot (3 + 2\sqrt{2}) - 3\sqrt{2} + 3 = 7$.
- 5p** 2. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 3x - 6$. Determinați numărul real m pentru care $f(m) = 3$.
- 5p** 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $5^{4x-2} = 5^2$.
- 5p** 4. Prețul unui obiect este 300 de lei. Determinați prețul obiectului după o ieftinire cu 30%.
- 5p** 5. În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(1,1)$, $B(5,m)$ și $M(3,4)$. Determinați numărul real m , știind că punctul M este mijlocul segmentului AB .
- 5p** 6. Arătați că $2(\sin 45^\circ + \sin 30^\circ)(\sin 45^\circ - \sin 30^\circ) = \cos 60^\circ$.

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră matricele $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ și $A(x) = \begin{pmatrix} 1 & x \\ x+1 & 0 \end{pmatrix}$, unde x este număr real.
- 5p** a) Arătați că $\det(A(0)) = 0$.
- 5p** b) Arătați că $A(3) + A(5) = 2A(4)$.
- 5p** c) Determinați numerele naturale n pentru care $\det(A(n) + I_2) \geq 0$.
2. Se consideră polinomul $f = X^3 - 3X^2 + mX - 1$, unde m este număr real.
- 5p** a) Arătați că $f(0) = -1$, pentru orice număr real m .
- 5p** b) Arătați că $x_1 + x_2 + x_3 = 3x_1x_2x_3$, pentru orice număr real m , unde x_1 , x_2 și x_3 sunt rădăcinile polinomului f .
- 5p** c) Determinați numărul real m pentru care polinomul f este divizibil cu polinomul $X - 1$.

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{x}{x^2 + 1}$.
- 5p** a) Arătați că $f'(x) = \frac{1 - x^2}{(x^2 + 1)^2}$, $x \in \mathbb{R}$.
- 5p** b) Arătați că $\lim_{x \rightarrow +\infty} xf(x) = 1$.
- 5p** c) Determinați intervalele de monotonie a funcției f .
2. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = (x^2 + 1)e^x$.
- 5p** a) Arătați că $\int_0^1 \frac{f(x)}{e^x} dx = \frac{4}{3}$.
- 5p** b) Demonstrați că funcția $F: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $F(x) = (x^2 - 2x + 3)e^x$ este o primitivă a funcției f .
- 5p** c) Arătați că suprafața plană delimitată de graficul funcției f , axa Ox și dreptele de ecuații $x = 0$ și $x = 2$ are aria egală cu $3(e^2 - 1)$.