

Simulare, Bacalaureat, mai 2024
Proba E. c)
Matematică $M_{pedagogic}$

Filiera vocațională, profilul pedagogic, specializarea învățător-educatoare

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă zece puncte din oficiu.
- Timpul efectiv de lucru este de trei ore.

SUBIECTUL I
(30 de puncte)

- | | |
|-----------|--|
| 5p | 1. Arătați că $\left(1 - \frac{1}{2}\right)\left(1 - \frac{1}{3}\right)\left(1 - \frac{1}{4}\right)\left(1 - \frac{1}{5}\right)\left(1 - \frac{1}{6}\right) = \frac{1}{6}$. |
| 5p | 2. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 4x + a$, unde a este număr real. Arătați că, pentru orice număr real a , $f(2) - f(-2) = 16$. |
| 5p | 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $x = \sqrt{3x - 2}$. |
| 5p | 4. Determinați câte numere naturale de trei cifre distincte se pot forma cu elementele mulțimii $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$. |
| 5p | 5. În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(4, 3)$, $B(8, 0)$ și $C(4, -3)$. Arătați că patrulaterul $AOCB$ este romb. |
| 5p | 6. Calculați raza cercului circumscris triunghiului ABC cu $AB = 10$, $AC = 24$ și $BC = 26$. |

SUBIECTUL al II-lea
(30 de puncte)

Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție asociativă $x * y = xy - 5(x + y) + 30$.

- | | |
|-----------|---|
| 5p | 1. Arătați că $0 * 5 = 5$. |
| 5p | 2. Demonstrați că $x * y = (x - 5)(y - 5) + 5$, pentru orice numere reale x și y . |
| 5p | 3. Verificați dacă $e = 6$ este elementul neutru al legii de compoziție „*”. |
| 5p | 4. Determinați numerele reale x , știind că $(x - 1) * (x + 1) = 8$. |
| 5p | 5. Determinați numerele reale x pentru care $5^{x^2} * 5^{x^2} = 5$. |
| 5p | 6. Dați exemplu de numere raționale p și q , care nu sunt întregi, pentru care numărul $p * q$ este întreg. |

SUBIECTUL al III-lea
(30 de puncte)

Se consideră matricea $A(n) = \begin{pmatrix} 1 & n \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$, unde n este număr întreg.

- | | |
|-----------|--|
| 5p | 1. Calculați $\det(A(2024))$. |
| 5p | 2. Arătați că $A(-2024) + A(2024) = 2I_2$, unde $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$. |
| 5p | 3. Arătați că $A(m) \cdot A(n) = A(m + n)$, pentru orice numere întregi m și n . |
| 5p | 4. Se consideră matricea $B = A(0) + A(1) + A(2) + A(3) + A(4) + A(5) + A(6)$. Arătați că suma elementelor matricei B este divizibilă cu 7. |
| 5p | 5. Arătați că matricea $A(n)$ este inversabilă pentru orice număr întreg n . |
| 5p | 6. Determinați matricea $X \in M_2(\mathbb{Z})$ pentru care $A(2023) \cdot X = A(2024)$. |