

Simulare, Bacalaureat, mai 2024
Proba E. c)
Matematică $M_{tehnologic}$

Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă zece puncte din oficiu.
- Timpul efectiv de lucru este de trei ore.

SUBIECTUL I
(30 de puncte)

- 5p 1. Arătați că media aritmetică a numerelor $a = 2,4$ și $b = 4 - \frac{2}{5}$ este egală cu 3.
- 5p 2. Se consideră funcția $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 2x^2 + 5x + 2$. Determinați numărul real a pentru care $f(a) = a$.
- 5p 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $2^{1-2x} = 32$.
- 5p 4. În urma unei ieftiniri cu 20%, prețul unui produs a scăzut cu 27 lei. Determinați prețul produsului înainte de ieftinare.
- 5p 5. În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(0,4)$, $B(6,4)$ și $C(0,-4)$. Știind că punctul D este mijlocul segmentului AB , arătați că $BC = 2 \cdot OD$.
- 5p 6. Se consideră triunghiul ABC dreptunghic în A , cu $AB = 9$ și $AC = 12$. Determinați lungimea înălțimii din A a triunghiului ABC .

SUBIECTUL al II-lea
(30 de puncte)

- 5p 1. Se consideră matricele $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -1 & -3 \end{pmatrix}$, $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ și $B(a) = \begin{pmatrix} a & a \\ 3 & 6 \end{pmatrix}$, unde a este număr real.
- 5p a) Arătați că $\det A = -5$.
- 5p b) Determinați numărul real a pentru care $B(1) \cdot B(-1) + 3A = 4B(a)$.
- 5p c) Determinați matricea $X \in M_2(\mathbb{R})$ cu proprietatea că $X \cdot (A - 2I_2) = B(0)$.
2. Se consideră polinomul $f = mX^3 + 2X^2 - mX - 2$, unde m este număr real nenul.
- 5p a) Arătați că $f(1) = 0$, pentru orice număr real nenul m .
- 5p b) Pentru $m = 3$, determinați rădăcinile polinomului f .
- 5p c) Determinați numărul real nenul m pentru care $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} + \frac{1}{x_3} = -4$, unde x_1 , x_2 și x_3 sunt rădăcinile polinomului f .

SUBIECTUL al III-lea
(30 de puncte)

1. Se consideră funcția $f : (0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{2}{x^2} + \ln x - 2$.
- 5p a) Arătați că $f'(x) = \frac{(x-2)(x+2)}{x^3}$, $x \in (0, \infty)$.
- 5p b) Determinați ecuația tangentei la graficul funcției f în punctul de abscisă $x = 1$, situat pe graficul funcției f .
- 5p c) Arătați că $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 f(x)}{x^3 - 1} = -1$.
2. Se consideră funcția $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^2 - 1$.
- 5p a) Arătați că $\int_0^1 f(x) dx = -\frac{2}{3}$.

5p b) Arătați că $\int_1^e (f(x) + 1) \ln x dx = \frac{2e^3 + 1}{9}$.

5p c) Determinați numărul real a , $a \in (0, +\infty)$, pentru care $\int_0^{\frac{\pi}{3}} (f(\sin x) + f(\cos x)) \operatorname{tg} x dx = \ln a$.