

Examenul național de bacalaureat 2024
Proba E. c)
Matematică *M_șt-nat*
BAREM DE EVALUARE ȘI DE NOTARE

Simulare județeană 14.05.2024

Filiera teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii

- Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.
- Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.
- Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la 10 a punctajului total acordat pentru lucrare.

SUBIECTUL I

(30 puncte)

1.	$(\log_2 18 - \log_2 6) \cdot \log_3 2 = \log_2 \frac{18}{6} \cdot \log_3 2 =$	2p
	$= \log_2 3 \cdot \frac{1}{\log_2 3} = 1$	3p
2.	$x_1 + x_2 = a, \quad x_1 x_2 = a$	2p
	$2a = 4 \Rightarrow a = 2 \in \mathbb{R}$	3p
3.	$2x + 7 = x^2 + 4x + 4 \Leftrightarrow x^2 + 2x - 3 = 0$	3p
	$x_1 = 1$ care convine, $x_2 = -3$ care nu convine	2p
4.	Sunt 48 numere de trei cifre distincte cu toate cifrele pare, deci sunt 48 cazuri favorabile	2p
	Sunt 648 de numere de trei cifre distincte, deci 648 cazuri posibile. Probabilitatea este $\frac{2}{27}$.	3p
5.	Triunghiul ABC este dreptunghic în A ($m_{AB} \cdot m_{AC} = -1$ sau se verifică reciproca teoremei lui Pitagora)	3p
	$A(-1,1)$ este ortocentrul triunghiului ABC	2p
6.	$AM = \sqrt{21}$	2p
	$AC = 2\sqrt{19}$ și $P_{\Delta AMC} = \sqrt{21} + 2\sqrt{19} + 5$	3p

SUBIECTUL al II-lea

(30 puncte)

1.a)	$\begin{vmatrix} 1+\sqrt{2} & 3-\sqrt{2} \\ \sqrt{2} & 4-\sqrt{2} \end{vmatrix} = 4 - \sqrt{2} + 4\sqrt{2} - 2 - 3\sqrt{2} + 2$	3p
	$\det A(1+\sqrt{2}, 3-\sqrt{2}) = 4 \in \mathbb{N}$	2p
b)	$\det A(m, n) = m + n, \quad m \in \mathbb{R} \setminus \mathbb{Q}, \quad n \in \mathbb{Q}$	3p
	$m + n \in \mathbb{R} \setminus \mathbb{Q} \Rightarrow \det A(m, n) \neq 0 \Rightarrow A(m, n)$ inversabilă	2p
c)	$A(1, 0) = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = I_2, \quad \det A(\sqrt{2} - 2, 3 - \sqrt{2}) = 1$ deci	2p
	$A(x, y) = A^{-1}(\sqrt{2} - 2, 3 - \sqrt{2}) = A(4 - \sqrt{2}, \sqrt{2} - 3)$	3p

2.a)	$f = X^3 - 2X^2 - X + 2$	2p
	$(X - 1)(X^2 - X - 2) = X^3 - X^2 - 2X - X^2 + X + 2 = f$	3p
b)	$f(-1) = 0 \Leftrightarrow m - 2 = 0 \Leftrightarrow m = 2$	2p
	Restul împărțirii polinomului f la polinomul $X^2 + 1$ este $-2X + 4$.	3p
c)	$(1 - x_1)(1 - x_2)(1 - x_3) = f(1) = m - 2$	2p
	$x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 = 6$ deci $m = 8$	3p

SUBIECTUL al III-lea
(30 puncte)

1.a)	$f'(x) = 3e^{3x}(2x - 1) + 2e^{3x}$	3p
	$f'(x) = e^{3x}(6x - 3 + 2) = e^{3x}(6x - 1)$	2p
b)	$\lim_{x \rightarrow -\infty} e^{3x}(2x - 1) = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x - 1}{e^{-3x}} = \lim_{L'H} \frac{2}{-3e^{-3x}} = 0$	3p
	$y = 0$ ecuația asimptotei orizontale spre $-\infty$	2p
c)	f descrescătoare pe $\left(-\infty, \frac{1}{6}\right]$ și crescătoare pe $\left[\frac{1}{6}, \infty\right)$ iar $\min f(x) = \frac{-2\sqrt{e}}{3}$	3p
	Pentru $x \in \left(-\infty, \frac{1}{2}\right) \Rightarrow f(x) \geq \frac{-2e^{\frac{1}{2}}}{3} \Rightarrow 3e^{3x - \frac{1}{2}} \leq \frac{2}{1 - 2x}$	2p
2.a)	$\int_1^e \frac{1}{f(x) - \sin x} dx = \int_1^e \frac{1}{x} dx = \ln x \Big _1^e =$	3p
	$= \ln e - \ln 1 = 1$	2p
b)	$\int_0^{\pi} (1 + \cos x)(f(x) - 1) dx = \int_0^{\pi} (1 + \cos x)(x + \sin x - 1) dx =$	3p
	$= \int_0^{\pi} (x + \sin x - 1)'(x + \sin x - 1) dx =$ $= \left(\frac{(x + \sin x - 1)^2}{2} \right) \Big _0^{\pi} = \frac{(\pi - 1)^2 - 1}{2} = \frac{\pi(\pi - 2)}{2}$	2p
$a = \pi$		
c)	$V = \pi \int_0^{\frac{\pi}{2}} g^2(x) dx = \pi \int_0^{\frac{\pi}{2}} (x^2 + 2x \sin x + \sin^2 x) dx =$	3p
	$= \pi \left(\frac{x^3}{3} \Big _0^{\frac{\pi}{2}} - 2x \cos x \Big _0^{\frac{\pi}{2}} + 2 \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos x + \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{1 - \cos 2x}{2} dx \right) =$ $= \pi \left(\frac{\pi^3}{24} + \frac{\pi}{4} + 2 \right)$	2p