

Examenul național de bacalaureat 2025

Proba E. c)

Matematică $M_{\text{mate-info}}$

Simulare

Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică-informatică

Filiera vocațională, profilul militar, specializarea matematică-informatică

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă zece puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de trei ore.

SUBIECTAT I

(30 bodeva)

- 56 1. Oдредите члан b_1 из геометријске прогресије $(b_n)_{n \geq 1}$, у којој $b_3 = 40$ и $b_4 = 80$.
- 56 2. Одредите скуп реалних бројева m за које график функције $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^2 - 2x + m$ пресеца осу Ox у две различите тачке.
- 56 3. Израчунајте у скупу реалних бројева једначину $3^x + 2 \cdot 3^{x+1} = 63$.
- 56 4. Одредите вероватноћу тако да, узевши један број n из скупа природних бројева од две цифре, n^2 да буде троцифрени природни број.
- 56 5. У картезијанском систему xOy сматрају се тачке $A(1,2)$, $B(7,4)$ и C , тако да $\overline{AB} = 2\overline{AC}$. Одредите координате тачке D за које $\overline{OD} = \overline{CB}$.
- 56 6. Сматра се троугао оштроугли ABC , са $AB = 10$, висином $AD = 8$ и растојањем од тачке D на праву AC једнако је са $4\sqrt{2}$. Докажите да површина троугла ABC једнака је са 56.

SUBIECTAT II

(30 bodeva)

1. Сматра се матрица $A(a) = \begin{pmatrix} a & 1 & -a \\ 3 & 1 & -2 \\ 1 & -3 & a \end{pmatrix}$ и систем једначина $\begin{cases} ax + y - az = 1 \\ 3x + y - 2z = 1 \\ x - 3y + az = -3 \end{cases}$, где a је реални број.
- 56 а) Докажите да $\det(A(0)) = -2$.
- 56 б) Одредите скуп реалних бројева a за који систем има једино једино решење.
- 56 в) За $a = 1$, одредите решења (x_1, y_1, z_1) и (x_2, y_2, z_2) система једначина за који $y_1 = x_2$ и $z_1 = y_2$.
2. На скупу $M = (0, +\infty)$ дефинише се закон слагања $x * y = \sqrt{xy} + \frac{1}{\sqrt{xy}} + \frac{x+y}{2} - 2$.
- 56 а) Покажите да $1 * 4 = 3$.
- 56 б) Одредите $x \in M$ за који $x * x = 1$.
- 56 в) Докажите да скуп $[1, +\infty)$ је стабилан део скупа M у односу са законом „*“.

SUBIECTAT III

(30 bodeva)

1. Сматра се функција $f: (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{2x-2}{x+2} + \ln \frac{x+2}{x}$.
- 56 а) Покажите да $f'(x) = \frac{4(x-1)}{x(x+2)^2}$, $x \in (0, +\infty)$.
- 56 б) Одредите једначину хоризонталне асимптоте према $+\infty$ на графику функције f .
- 56 в) Одредите природне бројеве n за које једначина $f(x) = n$ нема решења.

2. Сматра се функција $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{x^2}{2x^2 + 1}$.

56 a) Покажите да $\int_{-1}^2 (2x^2 + 1)f(x) dx = 3$.

56 b) Покажите да $\int_0^2 \sqrt{f(x)} dx = 1$.

56 c) За сваки ненултни природни број n сматра се број $I_n = \int_0^1 \frac{x^n}{f(\sqrt{e^x})} dx$. Покажите да

$$(n+1)I_n - I_{n+1} = \frac{2(n+1)}{n+2} + \frac{1}{e}, \text{ за сваки природни ненултни број } n.$$