

Simulare județeană
Examenul național de bacalaureat 2025
Proba E. c)
Matematică M_mate-info

Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică-informatică

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de trei ore.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

- 5p 1. Calculați modulul numărului complex $z = (2 - i)(3 + 2i) - 4(1 + i)$.
- 5p 2. Determinați valorile reale ale lui m pentru care $x^2 - (2m + 1)x + m(m - 1) \geq 0$ pentru orice număr real x .
- 5p 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $3^x \cdot 2^{x+1} = 72$.
- 5p 4. Calculați probabilitatea ca, alegând un număr din mulțimea $A = \{1, 2, 3, \dots, 100\}$, acesta să fie multiplu de 11.
- 5p 5. În reperul cartezian xOy se consideră punctul $A(-5; 2)$ și dreapta d de ecuație $y = x + 1$. Determinați ecuația dreptei care trece prin punctul A și este perpendiculară pe dreapta d .
- 5p 6. Arătați că $\sin(a - b) \cdot \sin(a + b) = (\sin a - \sin b) \cdot (\sin a + \sin b)$, pentru orice numere reale a și b .

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră determinantul $D(x, y) = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ x & y & 2 \\ x^2 + 1 & y^2 + 1 & 5 \end{vmatrix}$, unde x și y sunt numere reale.
- 5p a) Calculați $D(1, -1)$.
- 5p b) Arătați că $D(x, y) = (x - 2)(y - 2)(y - x)$, $\forall x, y \in \mathbb{R}$.
- 5p c) Determinați numerele reale x pentru care $D(2^x, 4^x) = 0$.
2. Pe mulțimea $G = (1, \infty)$ definim legea $x * y = \frac{1}{2} \sqrt{x^2 y^2 - x^2 - y^2 + 5}$.
- 5p a) Arătați că $x * y = \sqrt{\frac{1}{4}(x^2 - 1)(y^2 - 1)} + 1$, $\forall x, y \in (1, \infty)$.
- 5p b) Determinați elementele simetrizabile din G în raport cu legea $*$.
- 5p c) Demonstrați că funcția $f: (0, \infty) \rightarrow (1, \infty)$, $f(x) = \sqrt{2x + 1}$ este bijectivă și $f(x \cdot y) = f(x) * f(y)$, $\forall x, y \in (0, \infty)$.

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 2e^x + 3x^2 - 2x + 5$.
- 5p a) Să se calculeze $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f'(x)}{f(x)}$.
- 5p b) Să se demonstreze că funcția este crescătoare pe $[0, \infty)$.
- 5p c) Să se arate că funcția f nu este surjectivă.

2. Se consideră funcțiile $f: (-1, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{2x}{(x+1)(x^2+1)}$ și $F: (-1, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$.

$F(x) = a \ln(x+1) + b \ln(x^2+1) + c \arctg x$, unde a, b, c sunt parametri reali.

5p a) Calculați $\int \frac{x+1}{2x} \cdot f(x) dx$.

5p b) Să se determine a, b, c astfel încât F să fie o primitivă a funcției f .

5p c) Să se studieze monotonia funcției F , dacă F este o primitivă a funcției f .