

Examenul național de bacalaureat 2026
Proba E. c)
Matematică M_{șt-nat}
Model aprilie 2026
BAREM DE EVALUARE ȘI DE NOTARE
Filiera teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii

- Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.
- Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.
- Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la 10 a punctajului total acordat pentru lucrare.

SUBIECTUL I
(30 puncte)

1.	$z = a + bi, a, b \in \mathbb{R}; 3z + 4\bar{z} = 7 - i \Leftrightarrow 3a + 3bi + 4a - 4bi = 7 - i \Leftrightarrow 7a - bi = 7 - i$ $a = 1$ și $b = 1 \Rightarrow z = 1 + i$	3p 2p
2.	$V(1, -1 + m)$ $-2 + 2m - 1 = 3 \Leftrightarrow 2m = 6 \Leftrightarrow m = 3$	2p 3p
3.	$\log_2(1 + 5\sqrt{x}) = 4 \Rightarrow 1 + 5\sqrt{x} = 16 \Rightarrow x = 9$ $n = \log_5 25 = 2 \in \mathbb{N}$	3p 2p
4.	Coeficientul binomial al termenului al treilea este $C_n^2 = 105$, de unde obținem $n = 15$ care convine și $n = -14$ care nu convine $T_7 = C_{15}^6 \cdot (5x)^9 \cdot \left(\sqrt{\frac{5}{x}}\right)^6 = C_{15}^6 \cdot 5^{12} \cdot x^6$	3p 2p
5.	$\vec{u} = \vec{AB} + \vec{BC} + \vec{DC} + \vec{AD} = \vec{AC} + \vec{AD} + \vec{DC} = \vec{AC} + \vec{AC} = 2\vec{AC}$ $ABCD$ dreptunghi $\Rightarrow AC = 10$, deci $ \vec{u} = 20$	3p 2p
6.	$\sin 15^\circ = \frac{\sqrt{6} - \sqrt{2}}{4}; \sin 75^\circ = \frac{\sqrt{6} + \sqrt{2}}{4}; \sin 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2}$ $\sin^2 15^\circ + \sin^2 45^\circ + \sin^2 75^\circ = \frac{6 - 2\sqrt{12} + 2}{16} + \frac{2}{4} + \frac{6 + 2\sqrt{12} + 2}{16} = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = \frac{3}{2}$	3p 2p

SUBIECTUL al II-lea
(30 puncte)

1.a)	$A(1) = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 0 & 3 \end{pmatrix}; A(2) = \begin{pmatrix} 9 & 1 \\ 0 & 9 \end{pmatrix}; A(1) + A(2) = \begin{pmatrix} 12 & 2 \\ 0 & 12 \end{pmatrix}$ $\det(A(1) + A(2)) = 12 \cdot 12 - 0 \cdot 2 = 144$	3p 2p
b)	$A(x-1) + A(x+1) = \begin{pmatrix} 3^{x-1} + 3^{x+1} & 2 \\ 0 & 3^{x-1} + 3^{x+1} \end{pmatrix}; A(2x-1) = \begin{pmatrix} 3^{2x-1} & 1 \\ 0 & 3^{2x-1} \end{pmatrix}$ $A(x-1) + A(x+1) = 2A(2x-1) \Rightarrow 3^{x-1} + 3^{x+1} = 2 \cdot 3^{2x-1} \Rightarrow x = \log_3 5$	2p 3p
c)	$\det(A(2x) \cdot A(3y)) = 3^{4x+6y}; \det(A(6)) = 3^{12}$ $3^{4x+6y} = 3^{12} \Leftrightarrow 4x + 6y = 12 \Rightarrow (x, y) = \{(3, 0); (0, 2)\}$	2p 3p
2.a)	$x_1 + x_2 + x_3 = 0; x_1x_2 + x_1x_3 + x_2x_3 = 1$	2p

	$x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 = (x_1 + x_2 + x_3)^2 - 2(x_1x_2 + x_1x_3 + x_2x_3) = 0 - 2 = -2 < 0$, deci polinomul f nu are toate rădăcinile reale	3p
b)	$x_1 + x_2 + x_3 = 0 \Rightarrow x_3 = 1$ $f(1) = 0 \Rightarrow a = -2$	2p 3p
c)	pentru $a = -2$, din punctul b) avem $x_3 = 1 \Rightarrow y_3 = -1$ $y_1 + y_2 + y_3 = 2x_1 - 3 + 2x_2 - 3 - 1 = 2(x_1 + x_2) - 7 = -9 = -m \Rightarrow m = 9$ $y_1y_2y_3 = (2x_1 - 3)(2x_2 - 3) \cdot (-1) = -4x_1x_2 + 6(x_1 + x_2) - 9 = -8 - 6 - 9 = -23 = -n \Rightarrow n = 23$	3p 2p

SUBIECTUL al III-lea
(30 puncte)

1.a)	$\lim_{\substack{x \rightarrow 3 \\ x > 3}} f(x) = 0; \lim_{\substack{x \rightarrow 3 \\ x < 3}} f(x) = 3a - 3; f(3) = 0$ $3a - 3 = 0 \Rightarrow a = 1$	3p 2p
b)	$\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = +\infty$, deci funcția f nu are asimptotă orizontală spre $+\infty$ $m = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{x} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{x^2 - 3x}}{x} = 1$ $n = \lim_{x \rightarrow \infty} (f(x) - mx) = \lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x^2 - 3x} - x) = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 - 3x - x^2}{\sqrt{x^2 - 3x} + x} = -\frac{3}{2} \Rightarrow y = x - \frac{3}{2}$ este asimptotă oblică spre $+\infty$	2p 3p
c)	$f'(x) = \begin{cases} 1, & x \in (0, 3) \\ \frac{2x - 3}{2\sqrt{x^2 - 3x}}, & x \in [3, +\infty) \end{cases}$; pentru orice $x \in (0, 3)$, $f'(x) > 0 \Rightarrow f$ este strict crescătoare pe $(0, 3)$; pentru orice $x \in [3, +\infty)$, $f'(x) > 0 \Rightarrow f$ este strict crescătoare pe $[3, +\infty)$, deci f nu admite puncte de extrem Pentru $a = 1$ funcția este continuă pe $(0, +\infty)$ $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = +\infty; \lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ x > 0}} f(x) = -3 \Rightarrow \text{Im } f = (-3, +\infty)$	3p 2p
2.a)	$\int_1^2 \left(f(x) - \frac{1}{(x+1)^2} \right) dx = \int_1^2 \left(\frac{2x+1}{x^2(x+1)^2} - \frac{1}{(x+1)^2} \right) dx = \int_1^2 \left(\frac{x^2 + 2x + 1}{x^2(x+1)^2} \right) dx = \int_1^2 \left(\frac{1}{x^2} \right) dx = \left(-\frac{1}{x} \right) \Big _1^2 = -\frac{1}{2} + 1 = \frac{1}{2}$	3p 2p
b)	$f(x) = \frac{1}{x^2} - \frac{1}{(x+1)^2} \Rightarrow f(x) + f(x+1) + \dots + f(x+2025) = \frac{1}{x^2} - \frac{1}{(x+2026)^2}$ $\int (f(x) + f(x+1) + \dots + f(x+2025)) dx = \int \left(\frac{1}{x^2} - \frac{1}{(x+2026)^2} \right) dx = -\frac{1}{x} + \frac{1}{x+2026} + C, C \in \mathbb{R}$	3p 2p
c)	$\int_x^{x+1} f(t) dt = \left(-\frac{1}{t} + \frac{1}{t+1} \right) \Big _x^{x+1} = -\frac{1}{x+1} + \frac{1}{x+2} + \frac{1}{x} - \frac{1}{x+1} = \frac{2}{x(x+1)(x+2)}$	2p

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\int_x^{x+1} f(t) dt}{f(x)} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2}{x(x+1)(x+2)} \cdot \frac{x^2(x+1)^2}{2x+1} = 1$$

3p