

Examenul național de bacalaureat 2026
Proba E. c)
Matematică M_{șt-nat}
Model februarie 2026
BAREM DE EVALUARE ȘI DE NOTARE
Filiera teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii

- Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.
- Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.
- Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la 10 a punctajului total acordat pentru lucrare.

SUBIECTUL I
(30 puncte)

1.	$z = (3 - 2i)(3 + 2i) - (1 + 5i) = 9 - 4i^2 - 1 - 5i = 12 - 5i$ $ z = \sqrt{12^2 + (-5)^2} = \sqrt{169} = 13$	3p 2p
2.	$\Delta = 4 + 4m$ și valoarea minimă a funcției f este egală cu $-\frac{\Delta}{4a} = -\frac{4 + 4m}{4} = -m - 1$ $-m - 1 > 1$, de unde obținem $m \in (-\infty, -2)$	3p 2p
3.	$\log_3((x + 2)(x - 2)) = 1 \Rightarrow x^2 - 4 = 5$ $x = 3$ care convine și $x = -3$ care nu convine	2p 3p
4.	Mulțimea numerelor naturale de trei cifre distincte formate cu cifre din mulțimea $\{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ are $6 \cdot 6 \cdot 5 = 180$ de elemente, deci există 180 de cazuri posibile. Numărul cazurilor favorabile este egal cu numărul elementelor mulțimii numerelor naturale de trei cifre distincte care au ultima cifră 0 sau 5. Deci există $6 \cdot 5 + 5 \cdot 5 = 55$ de cazuri favorabile. $P = \frac{\text{nr. cazuri favorabile}}{\text{nr. cazuri posibile}} \Rightarrow P = \frac{55}{180} = \frac{11}{36}$	2p 3p
5.	M este mijlocul segmentului $BC \Rightarrow M(0, 4)$, $m_{AB} = 1$ Fie $d \parallel AB$, ecuația dreptei d care trece prin punctul M este $y - 4 = x \Rightarrow y = x + 4$	3p 2p
6.	$2 \cos^2 x - 1 = \frac{3}{5} \Leftrightarrow \cos^2 x = \frac{4}{5}$ Cum $x \in \left(\frac{\pi}{2}, \pi\right)$ obținem $\cos x = -\frac{2\sqrt{5}}{5}$	3p 2p

SUBIECTUL al II-lea
(30 puncte)

1.a)	$A(1) = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & -3 & -2 \end{pmatrix} \Rightarrow \det(A(1)) = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & -3 & -2 \end{vmatrix} =$ $= -2 + 2 - 0 - 0 - (-3) - 0 = 3$	2p 3p
------	--	----------

b)	$\det(A(a)) = \begin{vmatrix} 1 & 3-a & a-1 \\ a-2 & a-2 & 2-a \\ a & a-4 & 2a-4 \end{vmatrix} = (a-2) \begin{vmatrix} 1 & 3-a & a-1 \\ 1 & 1 & -1 \\ a & a-4 & 2a-4 \end{vmatrix} =$ $= (a-2) \begin{vmatrix} a & 2 & a-1 \\ 0 & 0 & -1 \\ 3a-4 & 3a-8 & 2a-4 \end{vmatrix} = (a-2) \begin{vmatrix} a & 2 \\ 3a-4 & 3a-8 \end{vmatrix} =$ $= (a-2)(3a^2 - 14a + 8) = (a-2)(a-4)(3a-2), \text{ pentru orice număr real } a$	2p 3p
c)	$\det(A(2^x)) = 0 \Leftrightarrow (2^x - 2)(2^x - 4)(3 \cdot 2^x - 2) = 0$ $2^x - 2 = 0 \Rightarrow x_1 = 1; 2^x - 4 = 0 \Rightarrow x_2 = 2 \text{ și } 3 \cdot 2^x - 2 = 0 \Rightarrow x_3 = \log_2 \frac{2}{3}$	2p 3p
2.a)	$4 \circ 3 = 2 \cdot 4 \cdot 3 - 3 \cdot 4 - 3 \cdot 3 + 1 =$ $= 24 - 12 - 9 + 1 = 12 - 8 = 4 = 2^2$	2p 3p
b)	$x \circ y = \frac{1}{2}(4xy - 6x - 6y + 9) + \frac{3}{2} = 2xy - 3x - 3y + \frac{9}{2} + \frac{3}{2} =$ $= 2xy - 3x - 3y + 6, \text{ de unde obținem } m = 6$	3p 2p
c)	$x \circ \frac{1}{x} = 2 \cdot x \cdot \frac{1}{x} - 3 \cdot x - 3 \cdot \frac{1}{x} + 6 = -3x - \frac{3}{x} + 8, \text{ oricare ar fi } x \in M$ $\sqrt[3]{8} = 2; x \circ \frac{1}{x} + \sqrt[3]{8} \geq 0 \Leftrightarrow -3x - \frac{3}{x} + 10 \geq 0 \Leftrightarrow \frac{(1-3x)(x-3)}{x} \geq 0, \text{ de unde}$ $\text{obținem } x \in \left[\frac{3}{2}, 3 \right]$	2p 3p

SUBIECTUL al III-lea
(30 puncte)

1.a)	$f'(x) = \frac{(2x-a)(x^2+1) - 2x(x^2-ax+1)}{(x^2+1)^2} =$ $= \frac{a(x^2-1)}{(x^2+1)^2} = \frac{a(x-1)(x+1)}{(x^2+1)^2}, x \in \mathbb{R}, a \in \mathbb{R}^*$	3p 2p
b)	$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x) - f(2)}{x - 2} = f'(2)$ $f'(2) = \frac{3a}{25} \Leftrightarrow \frac{3a}{25} = 3, \text{ de unde obținem } a = 25$	2p 3p
c)	$f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = -1 \text{ sau } x = 1$ <p>Cazul 1) Dacă $a > 0 \Rightarrow$ Pentru orice $x \leq -1, f'(x) \geq 0 \Rightarrow f$ este crescătoare pe $(-\infty, -1]$; pentru orice $x \in [-1, 1], f'(x) \leq 0 \Rightarrow f$ este descrescătoare pe $[-1, 1]$ și</p>	3p

	<p>pentru orice $x \in [1, +\infty)$, $f'(x) \geq 0 \Rightarrow f$ este crescătoare pe $[1, +\infty)$, deci funcția f admite două puncte de extrem</p> <p>Cazul 2) Dacă $a < 0 \Rightarrow$ Pentru orice $x \leq -1$, $f'(x) \leq 0 \Rightarrow f$ este descrescătoare pe $(-\infty, -1]$; pentru orice $x \in [-1, 1]$, $f'(x) \geq 0 \Rightarrow f$ este crescătoare pe $[-1, 1]$ și pentru orice $x \in [1, +\infty)$, $f'(x) \leq 0 \Rightarrow f$ este descrescătoare pe $[1, +\infty)$, deci funcția f admite două puncte de extrem</p>	2p
2.a)	$\int_1^2 (f(x) \cdot (x+2)) dx = \int_1^2 (x^3 - 1) dx = \left(\frac{x^4}{4} - x \right) \Big _1^2 =$ $= 4 - 2 - \frac{1}{4} + 1 = \frac{11}{4}$	3p 2p
b)	$\int_{-1}^3 \left \frac{f(x)}{x^2 + x + 1} \right dx = \int_{-1}^3 \left \frac{x-1}{x+2} \right dx = \int_{-1}^1 \frac{-(x-1)}{x+2} dx + \int_1^3 \frac{x-1}{x+2} dx =$ $= \int_{-1}^1 \left(-1 + \frac{3}{x+2} \right) dx + \int_1^3 \left(1 - \frac{3}{x+2} \right) dx =$ $= [-x + 3 \ln(x+2)]_{-1}^1 + [x - 3 \ln(x+2)]_1^3 = -2 + 3 \ln 3 + 2 - 3 \ln \frac{5}{3} = 3 \ln \frac{9}{5}$	3p 2p
c)	$\int_0^1 x f(x^2) dx = \frac{1}{2} \int_0^1 \left(x^2 - 2x + 4 - \frac{9}{x+2} \right) dx =$ $= \frac{1}{2} \left(\frac{x^3}{3} - x^2 + 4x - 9 \ln(x+2) \right) \Big _0^1 = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{3} - 1 + 4 - 9 \ln \frac{3}{2} \right) = \frac{5}{3} + \frac{9}{2} \ln \frac{2}{3}$	2p 3p