

## Examenul național de bacalaureat 2026

## Proba E. c)

Matematică  $M_{\text{șt-nat}}$ 

Simulare județeană 12.05.2026

## Filiera teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.

## SUBIECTUL I

(30 puncte)

- 5p 1) Determinați numerele raționale  $a$  și  $b$ , știind că  $\frac{2}{\sqrt{27}-1} - \frac{1}{4+\sqrt{3}} = a + b\sqrt{3}$ .
- 5p 2) Se consideră funcția  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = ax + 7$ , unde  $a$  este un număr real nenul. Determinați numărul real  $a$  știind că  $(f \circ f)(x) = 3f(x) + 7$ .
- 5p 3) Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația  $4 \frac{\sqrt{5-x}}{2} = 2\sqrt{x^2-8x+11}$ .
- 5p 4) Se consideră mulțimea  $A = \{a, b, c, d, e, f\}$ . Determinați numărul de submulțimi cu patru elemente ale mulțimii  $A$ , care îl conțin pe  $b$ .
- 5p 5) În reperul cartezian  $xOy$  se consideră paralelogramul  $ABCD$  cu  $A(-2,1), B(1,3), D(0,-3)$ . Determinați ecuația dreptei  $CD$ .
- 5p 6) Triunghiul  $ABC$  are aria egală cu  $\sqrt{3}$ , latura  $AB=2$  și măsura unghiului  $A$  de  $60^\circ$ . Calculați lungimea laturii  $BC$ .

## SUBIECTUL al II-lea

(30 puncte)

- 1) Se consideră matricea  $A(a,b) = \begin{pmatrix} a & b \\ a+2 & b-2 \end{pmatrix}$ , unde  $a$  și  $b$  sunt numere reale.
- 5p a) Arătați că  $\det(A(-5,5)) = 0$ .
- 5p b) Demonstrați că matricea  $A(a,b)$  este inversabilă pentru oricare  $a \in \mathbb{R} \setminus \mathbb{Q}$  și  $b \in \mathbb{Q}$ .
- 5p c) Determinați matricea  $X \in M_2(\mathbb{R})$  pentru care  $A(\sqrt{3},1) \cdot X = A(0,0)$ .
- 2) Se consideră polinomul  $f = 2X^3 - 4X^2 + 7X + a$ , cu rădăcinile  $x_1, x_2, x_3$ .
- 5p a) Pentru  $a = 2$ , determinați restul împărțirii polinomului  $f$  la polinomul  $g = X - 2$ .
- 5p b) Determinați numărul real  $a$ , știind că  $x_1 + x_2 = x_3$ .
- 5p c) Pentru  $a = -5$ , descompuneți polinomul  $f$  în factori ireductibili peste  $R[X]$ .

## SUBIECTUL al III-lea

(30 puncte)

- 1) Se consideră funcția  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = \ln(x + \sqrt{x^2 + 5})$ .
- 5p a) Arătați că  $f'(x) = \frac{1}{\sqrt{x^2 + 5}}, x \in \mathbb{R}$ .
- 5p b) Calculați  $\lim_{x \rightarrow \infty} (f(x) - x)$ .
- 5p c) Demonstrați că  $2f\left(\frac{1}{x}\right) - f(x) < f(1)$ , pentru orice  $x \in (1, +\infty)$ .

- 2) Se consideră funcția  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = 3x^2 - 1$ .
- 5p a) Calculați  $\int_1^2 f(x) dx$ .
- 5p b) Demonstrați că  $\int_{-1}^0 f(x) \cdot e^{(x^3-x)} dx = 0$ .
- 5p c) Determinați numărul natural  $a$  pentru care  $(a+1) \int_0^1 f^{2026}(x) dx = 2^{2026} - a \int_0^1 f^{2025}(x) dx$ .