Examenul național de bacalaureat 2026
Proba E. c)
Matematică *M_mate-info*

Simulare

Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică-informatică
Filiera vocațională, profilul militar, specializarea matematică-informatică

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă zece puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de trei ore.**

I. FELADATSOR (30 pont)

5p **1.** Adott a $z = 2 + i$ komplex szám. Igazolja, hogy $z + \overline{z} + z \cdot \overline{z} = 9$, ahol $\overline{z}$ a z komplex szám konjugáltja!

5p **2.** Adottak az $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=2x-1$ és $g:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $g(x)=x^2-4x+m$ függvények, ahol m valós szám. Határozza meg azt az m valós számot, amelyre az f és g függvények grafikus képeinek pontosan egy közös pontjuk van!

5p **3.** Oldja meg a valós számok halmazán az $(1+\log_x 2)\log_2 x = 5$ egyenletet!

5p **4.** Legyen A azoknak a kétjegyű természetes számoknak a halmaza, amelyeknek a számjegyei nullától különbözőek. Határozza meg annak a valószínűségét, hogy az A halmazból véletlenszerűen kiválasztott szám számjegyeinek szorzata osztható legyen 5-tel!

5p **5.** Az xOy derékszögű koordináta-rendszerben adott az $A(0,5)$ és $B(4,2)$ pont. Határozza meg az A ponton áthaladó és az OB egyenesre merőleges egyenes egyenletét!

5p **6.** Az A-ban derékszögű ABC háromszögben $AB = 9$ és $AC = 12$. Az M pont a BC szakasz felezőpontja. Igazolja, hogy a C pont távolsága az AM egyenestől $7{,}2$.

II. FELADATSOR (30 pont)

1. Adott az $A(a)=\begin{pmatrix} a & 1 & 1 \\ 1 & -1 & a \\ 3 & 2 & 1 \end{pmatrix}$ mátrix és az $\begin{cases} ax+y+z=2a \\ x-y+az=-4 \\ 3x+2y+z=8 \end{cases}$ lineáris egyenletrendszer, ahol a valós szám.

5p **a)** Igazolja, hogy $\det(A(1)) = 4$.

5p **b)** Határozza meg azon a valós számok halmazát, amelyekre az $A(a)$ mátrix invertálható!

5p **c)** Legyen (x_1, y_1, z_1) a lineáris egyenletrendszer megoldása $a = 1$ esetén. Az $a = 2$ értékre határozza meg az egyenletrendszernek azokat az (x_0, y_0, z_0) megoldásait, amelyekre teljesül az $x_0 y_0 = y_1$ összefüggés!

2. A valós számok halmazán értelmezzük az $x * y = \sqrt{(x^2+2)(y^2+2)+m}$ műveletet, ahol $m \in [-4, +\infty)$.

5p **a)** $m = 3$ esetén igazolja, hogy $0 * 1 = 3$.

5p **b)** $m = 7$ esetén határozza meg azokat az x valós számokat, amelyekre $x * (2x) = 5$.

5p **c)** Határozza meg az $m \in [-4, +\infty)$ értékét, amelyre a „$*$” művelet asszociatív!

III. FELADATSOR (30 pont)

1. Adott az $f:(1,+\infty)\to\mathbb{R}$, $f(x)=\dfrac{e^{x-2}}{\sqrt{x-1}}$ függvény.

5p **a)** Igazolja, hogy $f'(x)=\dfrac{e^{x-2}(2x-3)}{2(x-1)\sqrt{x-1}}$, $x\in(1,+\infty)$.

5p **b)** Igazolja, hogy $\lim\limits_{x\to 2}\left(f(x)\right)^{\frac{1}{x-2}} = \sqrt{e}$.

5p **c)** Határozza meg azoknak az m valós számoknak a halmazát, amelyekre az $f(x)=mx$ egyenletnek pontosan két megoldása van!

2. Adott az $f:(0,+\infty)\to\mathbb{R}$, $f(x)=\left(4x+\frac{6}{x^2}\right)\ln x$ függvény.

5p **a)** Igazolja, hogy $\int_2^3 \frac{f(x)}{\ln x}dx=11$.

5p **b)** Igazolja, hogy $\int_1^e x\left(f(x)-4x\ln x\right)dx=3$.

5p **c)** Határozza meg az f függvénynek azt az $F:(0,+\infty)\to\mathbb{R}$ primitív függvényét, amelyre az Ox tengely érinti az F függvény grafikus képét!