

Examenul național de bacalaureat 2026  
Proba E. c)  
Matematică  $M\_mate-info$

Simulare

*Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică-informatică*  
*Filiera vocațională, profilul militar, specializarea matematică-informatică*

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă zece puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de trei ore.

СУБЈЕКАТ I

(30 бодова)

- 56 1. Сматра се комплексан број  $z = 2 + i$ . Докажите да  $z + \bar{z} + z \cdot \bar{z} = 9$ , где  $\bar{z}$  јесте конјуговани број броја  $z$ .
- 56 2. Сматрају се функције  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = 2x - 1$  и  $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $g(x) = x^2 - 4x + m$ , где  $m$  је реалан број. Одредите реалан број  $m$  тако да график функције  $f$  и график функције  $g$  имају тачно једну заједничку тачку.
- 56 3. Решите у скупу реалних бројева једначину  $(1 + \log_x 2) \log_2 x = 5$ .
- 56 4. Сматра се  $A$ , скуп природних двоцифрених бројева, добијен са ненултним цифрама. Одредите вероватноћу да, бирајучи један број из скупа  $A$ , овај да има производ цифара дељив са 5.
- 56 5. У картезијанском систему  $xOy$  сматрају се тачке  $A(0,5)$  и  $B(4,2)$ . Одредите једначину праве која садржи тачку  $A$  и јесте нормална на праву  $OB$ .
- 56 6. Сматра се троугао  $ABC$ , правоугли у  $A$ , са  $AB = 9$  и  $AC = 12$ . Тачка  $M$  је средина дужи  $BC$ . Докажите да растојање од тачке  $C$  до праве  $AM$  једнака је са  $7,2$ .

СУБЈЕКАТ II

(30 бодова)

1. Сматра се матрица  $A(a) = \begin{pmatrix} a & 1 & 1 \\ 1 & -1 & a \\ 3 & 2 & 1 \end{pmatrix}$  и систем једначина  $\begin{cases} ax + y + z = 2a \\ x - y + az = -4 \\ 3x + 2y + z = 8 \end{cases}$ , где  $a$  реалан број.
- 56 а) Докажите да  $\det(A(1)) = 4$ .
- 56 б) Одредите скуп реалних бројева  $a$  тако да матрица  $A(a)$  прихвати инверзну матрицу.
- 56 с) Сматра се  $(x_1, y_1, z_1)$  солуција система за  $a = 1$ . За  $a = 2$ , одредите солуције система  $(x_0, y_0, z_0)$  тако да  $x_0 y_0 = y_1$ .
2. На скупу реалних бројева дефинише се закон  $x * y = \sqrt{(x^2 + 2)(y^2 + 2)} + m$ , где  $m \in [-4, +\infty)$ .
- 56 а) За  $m = 3$ , докажите да  $0 * 1 = 3$ .
- 56 б) За  $m = 7$ , одредите реалне бројеве  $x$  тако да  $x * (2x) = 5$ .
- 56 с) Одредите  $m \in [-4, +\infty)$  тако да закон „ $*$ ” је асоцијативан.

СУБЈЕКАТ III

(30 бодова)

1. Сматра се функција  $f: (1, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = \frac{e^{x-2}}{\sqrt{x-1}}$ .
- 56 а) Докажите да  $f'(x) = \frac{e^{x-2}(2x-3)}{2(x-1)\sqrt{x-1}}$ ,  $x \in (1, +\infty)$ .
- 56 б) Докажите да  $\lim_{x \rightarrow 2} (f(x))^{\frac{1}{x-2}} = \sqrt{e}$ .
- 56 с) Одредите скуп реалних бројева  $m$  тако да једначина  $f(x) = mx$  има тачно две солуције.

2. Смотри се функција  $f : (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = \left(4x + \frac{6}{x^2}\right) \ln x$ .

56 a) Докажите да  $\int_2^3 \frac{f(x)}{\ln x} dx = 11$ .

56 b) Докажите да  $\int_1^e x(f(x) - 4x \ln x) dx = 3$ .

56 c) Одредите примитивну  $F : (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$  функције  $f$ , тако да оса  $Ox$  је тангент на график функције  $F$ .