

Examenul național de bacalaureat 2026

Proba E. c)

 Matematică $M_{\text{mate-info}}$

Model aprilie 2026

Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică-informatică
Filiera vocațională, profilul militar, specializarea matematică-informatică

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.

SUBIECTUL I
(30 puncte)

- 5p 1) Arătați că numerele $\log_2 3, \sqrt{2}$ și $\log_3 4$ sunt termeni consecutivi ai unei progresii geometrice.
- 5p 2) Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = x^2 - 8x + 13$. Arătați că $f(\sqrt{3}) \cdot f(1 + \sqrt{3}) \cdot \dots \cdot f(5 + \sqrt{3}) = 0$.
- 5p 3) Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $2 \cdot 5^x - 5^{1-x} = -3$.
- 5p 4) Se consideră mulțimea $A = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6\}$. Determinați numărul submulțimilor cu 5 elemente ale mulțimii A , care conțin exact 3 numere pare.
- 5p 5) Se consideră patru puncte necoliniare A, B, C și D pentru care $\overline{BD} + \overline{CA} = 2\overline{CD}$. Arătați că $ABCD$ este paralelogram.
- 5p 6) Se consideră numerele reale a și b astfel încât $a + b = \frac{\pi}{6}$. Arătați că $2 \sin b = \cos a - \sqrt{3} \sin a$.

SUBIECTUL al II-lea
(30 puncte)

- 1) Se consideră matricea $A(a) = \begin{pmatrix} 1+a & a & 0 \\ a & 1+a & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$, unde $a \in \mathbb{R}$.
- 5p a) Arătați că $\det A(-1) = -1$.
- 5p b) Arătați că $A(a) \cdot A(b) = A(a + b + 2ab)$, pentru orice numere reale a și b .
- 5p c) Demonstrați că dacă a, b și c sunt numere reale pentru care $A(a) \cdot A(b) \cdot A(c) = A(0)$, atunci $(2a+1)(2b+1)(2c+1) = 1$.
- 2) Se consideră x_1, x_2, x_3 rădăcinile polinomului $f = X^3 - 6X^2 + 12X + m$, unde m este număr real.
- 5p a) Pentru $m = -7$ arătați că $f(1) = 0$.
- 5p b) Arătați că $(x_1 - 2)^2 + (x_2 - 2)^2 + (x_3 - 2)^2$ **nu** depinde de numărul real m .
- 5p c) Determinați numărul real m , știind că polinomul f are toate rădăcinile reale.

SUBIECTUL al III-lea
(30 puncte)

- 1) Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = (x^2 - x - 1) \cdot e^x$.
- 5p a) Arătați că $f'(x) = (x-1)(x+2)e^x, x \in \mathbb{R}$.
- 5p b) Arătați că graficul funcției f admite o singură asimptotă.

5p c) Determinați valorile reale ale lui a , știind că graficul funcției f intersectează dreapta de ecuație $y = a$ în exact trei puncte.

2) Se consideră șirul $(I_n)_{n \geq 1}$, $I_n = \int_0^1 \frac{x^n}{x^2 + 4x + 3} dx$.

5p a) Arătați că $2I_1 = \ln \frac{32}{27}$.

5p b) Arătați că $I_{n+2} + 4I_{n+1} + 3I_n = \frac{1}{n+1}$, pentru orice $n \in \mathbb{N}^*$.

5p c) Calculați $\lim_{n \rightarrow \infty} nI_n$.