Examenul național de bacalaureat 2026
Proba E. c)
Matematică *M_șt-nat*

Simulare

Filiera teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă zece puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de trei ore.**

THEMA I (30 Punkte)

5p **1.** Bestimme das Glied a_4 der arithmetischen Folge $(a_n)_{n\geq 1}$, wenn $a_1 = 2$ und $a_3 = 14$.

5p **2.** Gegeben ist die Funktion $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x) = ax+3$, wobei a eine reelle Zahl ist. Bestimme die reelle Zahl a so, dass $f(0)+(f\circ f)(0)=0$.

5p **3.** Löse in der Menge der reellen Zahlen die Gleichung $5^x - 4\cdot 5^{x-2} = 105$.

5p **4.** Bestimme wie viele natürliche ungerade, dreistellige Zahlen mit verschiedenen Ziffern, kann man mit den Ziffern aus der Menge, $A=\{1,2,3,9\}$ bilden.

5p **5.** Gegeben sind die Punkte $A(1,0)$ und $B(5,4)$ in dem kartesischen Koordinatensystem xOy. und die Gerade d mit der Gleichung $2x+ay=0$, wobei a eine reelle Zahl ist. Bestimme die reelle Zahl a so, dass die Mitte der Strecke AB zur Geraden d gehört.

5p **6.** Gegeben ist das Dreieck ABC, rechtwinklig in A, mit $BC=12$ und $C=\frac{\pi}{6}$. Der Punkt M gehört zur Strecke AC so, dass $3AM = AC$. Zeige, dass $BM = 4\sqrt{3}$.

THEMA II (30 Punkte)

1. Gegeben ist die Matrix $A(a)=\begin{pmatrix} 1 & a \\ -a & 1-a \end{pmatrix}$, wobei a eine reelle Zahl ist.

5p **a)** Zeige, dass $\det(A(1))=1$.

5p **b)** Zeige, dass $A(a+b)-A(a)\cdot A(b)=abA(1)$, für alle reellen Zahlen a und b.

5p **c)** Bestimme die reellen Zahlen a so, dass $2A(2a)-A(a)\cdot A(a)-A(1)\cdot A(2a-1)=2A(1)$.

2. Auf der Menge der reellen Zahlen definiert man die assoziative Verknüpfung $x\circ y=\frac{1}{6}(x-5)(y-5)+5$, mit dem neutralen Element $e=11$.

5p **a)** Zeige, dass $7\circ 8=6$.

5p **b)** Bestimme die reellen Zahlen x so, dass $x\circ(6x-1)=10$.

5p **c)** Bestimme die natürlichen Zahlen n, $n\neq 5$, deren symmetrischen Elemente bezüglich der Verknüpfung „$\circ$” natürliche gerade Zahlen sind.

THEMA III (30 Punkte)

1. Gegeben ist die Funktion $f:(0,+\infty)\to\mathbb{R}$, $f(x)=\frac{1}{x}-1+4\ln(x+3)$.

5p **a)** Zeige, dass $f'(x)=\frac{(x-1)(4x+3)}{x^2(x+3)}$, $x\in(0,+\infty)$.

5p **b)** Zeige, dass $\lim\limits_{x\to 1}\frac{4\ln(x+3)-f(x)}{\ln x}=1$.

5p **c)** Beweise, dass $\frac{1}{x^2}-\frac{1}{x}\geq 4\ln\frac{x+3}{x^2+3}$, für jedes $x\in(0,1]$.

2. Gegeben ist die Funktion $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=(x^2+4x)e^{-x}$.

5p **a)** Zeige, dass $\int_0^3 f(x)e^x\,dx=27$.

5p **b)** Zeige, dass $\int_{-1}^{0} \frac{f(x)}{x+4} dx = -1$.

5p **c)** Gegeben ist die Funktion $g:(0,+\infty) \to \mathbb{R}$, $g(x) = \frac{f(x^2)}{x^2}$. Beweise, dass jede Stammfunktion $G:(0,+\infty) \to \mathbb{R}$ der Funktion g konkav ist.