Examenul național de bacalaureat 2026
Proba E. c)
Matematică *M_șt-nat*

Simulare

Filiera teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii
- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă zece puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de trei ore.**

I. FELADATSOR (30 pont)

5p **1.** Ha az $(a_n)_{n\geq 1}$ számtani haladványban $a_1 = 2$ és $a_3 = 14$, határozza meg a haladvány a_4 tagját!

5p **2.** Adott az $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x) = ax + 3$ függvény, ahol a valós szám. Határozza meg azt az a valós számot, amelyre $f(0) + (f\circ f)(0) = 0$.

5p **3.** Oldja meg a valós számok halmazán az $5^x - 4\cdot 5^{x-2} = 105$ egyenletet!

5p **4.** Határozza meg, hogy az $A = \{1, 2, 3, 9\}$ halmaz elemeivel hány darab páratlan, különböző számjegyekből álló háromjegyű szám képezhető!

5p **5.** Az xOy derékszögű koordináta-rendszerben adottak az $A(1,0)$ és $B(5,4)$ pontok és a $2x + ay = 0$ egyenletű d egyenes, ahol a valós szám. Határozza meg azt az a valós számot, amelyre az AB szakasz felezőpontja rajta van a d egyenesen!

5p **6.** Az A-ban derékszögű ABC háromszögben $BC = 12$ és $C = \frac{\pi}{6}$. Az M pont az AC szakasz olyan pontja, amelyre $3AM = AC$. Igazolja, hogy $BM = 4\sqrt{3}$.

II. FELADATSOR (30 pont)

1. Adott az $A(a) = \begin{pmatrix} 1 & a \\ -a & 1-a \end{pmatrix}$ mátrix, ahol a valós szám.

5p **a)** Igazolja, hogy $\det(A(1)) = 1$.

5p **b)** Igazolja, hogy $A(a+b) - A(a)\cdot A(b) = abA(1)$, bármely a és b valós szám esetén!

5p **c)** Határozza meg azokat az a valós számokat, amelyekre $2A(2a) - A(a)\cdot A(a) - A(1)\cdot A(2a-1) = 2A(1)$.

2. A valós számok halmazán értelmezzük az $x\circ y = \frac{1}{6}(x-5)(y-5) + 5$ asszociatív műveletet, amelynek semleges eleme $e = 11$.

5p **a)** Igazolja, hogy $7\circ 8 = 6$.

5p **b)** Határozza meg azokat az x valós számokat, amelyekre $x\circ(6x-1) = 10$.

5p **c)** Határozza meg azokat az n, $n\neq 5$ természetes számokat, amelyeknek a „$\circ$” művelet szerinti szimmetrikusai páros természetes számok!

III. FELADATSOR (30 pont)

1. Adott az $f:(0,+\infty)\to\mathbb{R}$, $f(x) = \frac{1}{x} - 1 + 4\ln(x+3)$ függvény.

5p **a)** Igazolja, hogy $f'(x) = \frac{(x-1)(4x+3)}{x^2(x+3)}$, $x\in(0,+\infty)$.

5p **b)** Igazolja, hogy $\lim\limits_{x\to 1}\frac{4\ln(x+3) - f(x)}{\ln x} = 1$.

5p **c)** Bizonyítsa be, hogy $\frac{1}{x^2} - \frac{1}{x} \geq 4\ln\frac{x+3}{x^2+3}$, bármely $x\in(0,1]$ esetén!

2. Adott az $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x) = (x^2 + 4x)e^{-x}$ függvény.

5p **a)** Igazolja, hogy $\int_0^3 f(x)e^x\,dx = 27$.

5p **b)** Igazolja, hogy $\int_{-1}^{0} \frac{f(x)}{x+4} dx = -1$.

5p **c)** Adott a $g:(0,+\infty)\to\mathbb{R}$, $g(x)=\frac{f(x^2)}{x^2}$ függvény. Bizonyítsa be, hogy a g függvény bármely $G:(0,+\infty)\to\mathbb{R}$ primitív függvénye konkáv!