

**Examenul național de bacalaureat 2026**  
**Proba E. c)**  
**Matematică  $M_{tehnologic}$**

Simulare

*Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale*

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă zece puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de trei ore.

**I. FELADATSOR**

**(30 punct)**

- 5p** 1. Igazolja, hogy  $\left(3 + \frac{3}{5}\right) : 4 + \frac{1}{10} = 1$ .
- 5p** 2. Adott az  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = 3x + 6$  függvény. Határozza meg azt az  $a$  valós számot, amelyre  $f(1) + f(a) = 2f(0)$ .
- 5p** 3. Oldja meg a valós számok halmazán a  $\sqrt{4x - x^2} = \sqrt{3x}$  egyenletet!
- 5p** 4. Adott az  $A = \{0, 1, 2, \dots, 26\}$  halmaz. Határozza meg annak a valószínűségét, hogy az  $A$  halmazból véletlenszerűen kiválasztott szám egy természetes szám négyzete legyen!
- 5p** 5. Az  $xOy$  derékszögű koordináta-rendszerben adottak az  $A(0, 4)$ ,  $B(3, 0)$  és  $C(4, 7)$  pontok. Igazolja, hogy az  $ABC$  háromszög egyenlő szárú derékszögű háromszög!
- 5p** 6. Igazolja, hogy  $2\sin 60^\circ + \sqrt{3}\sin 30^\circ - 3\cos 30^\circ = 0$ .

**II. FELADATSOR**

**(30 punct)**

1. Adottak az  $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$  és  $M(a) = \begin{pmatrix} 2a & a \\ a & a-2 \end{pmatrix}$  mátrixok, ahol  $a$  egy valós szám.
- 5p** a) Igazolja, hogy  $\det(M(4)) = 0$ .
- 5p** b) Igazolja, hogy  $M(1) \cdot M(1) - M(1) = 3I_2$ .
- 5p** c) Bizonyítsa be, hogy az  $N = \det(M(n) - 3(M(1))^{-1})$  páratlan természetes szám, bármely  $n$  nemnulla természetes szám esetén, ahol  $(M(1))^{-1}$  az  $M(1)$  mátrix inverze!
2. A valós számok halmazán értelmezzük az  $x * y = xy - 3x - 3y + 12$  műveletet.
- 5p** a) Igazolja, hogy  $2 * 5 = 1$ .
- 5p** b) Igazolja, hogy  $e = 4$  a „ $*$ ” művelet semleges eleme!
- 5p** c) Határozza meg azt az  $a$  valós számot, amelyre  $(a-x) * (a-x) = (a+x) * (a+x)$ , bármely  $x$  valós szám esetén!

**III. FELADATSOR**

**(30 punct)**

1. Adott az  $f: (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = \frac{x^2 - 3}{x^3}$  függvény.
- 5p** a) Igazolja, hogy  $f'(x) = \frac{9 - x^2}{x^4}$ ,  $x \in (0, +\infty)$ .
- 5p** b) Határozza meg az  $f$  függvény grafikus képének  $x = 1$  abszcisszájú pontjában az  $f$  függvény grafikus képéhez húzott érintő egyenletét!
- 5p** c) Bizonyítsa be, hogy  $9f(2x) - f(x) \leq 4$ , bármely  $x \in [1, 2]$  esetén!
2. Adott az  $f: (-3, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = x + 2 + \frac{2}{\sqrt{x+3}}$  függvény.
- 5p** a) Igazolja, hogy  $\int_0^4 \left( f(x) - \frac{2}{\sqrt{x+3}} \right) dx = 16$ .

**5p** b) Igazolja, hogy  $\int_1^6 (f(x) - x - 2) dx = 4$ .

**5p** c) Határozza meg azt az  $a$  valós számot, amelyre  $\int_{-2}^1 f'(x) \left( 1 + \frac{1}{f(x)} \right) dx = \ln(2e^a)$ .