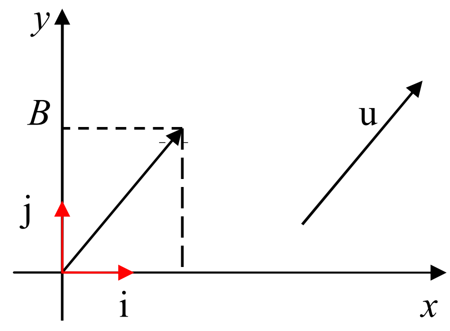
Vectori

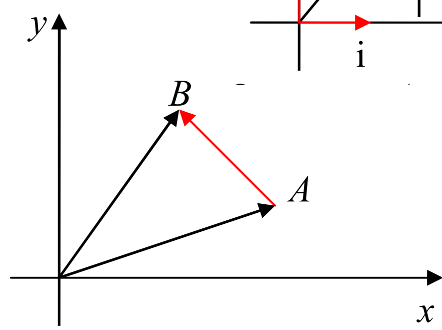
Se numeşte versor (notat $\vec{i}$) al dreptei d un vector de lungime 1 , care are direcţia dreptei d . Dacă A aparţine lui d îi asociem un număr real , unic x, numit coordonata sa . Atunci $\overrightarrow{OA} = x\vec{i}$. Dacă $x>0$ atunci A este în sensul pozitiv al axei Ox . Dacă $x<0$ atunci A este în sensul negativ al axei Ox .

Fie Oxy un sistem de axe ortogonale .

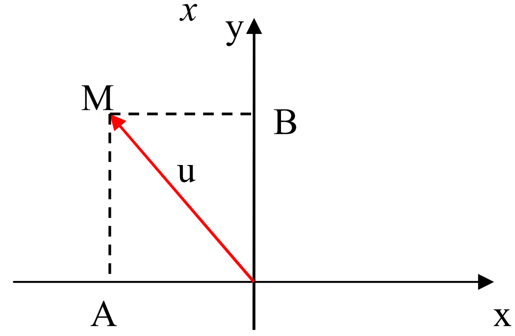
Fie $\vec{i}$ şi $\vec{j}$ versorii axelor Ox, respectiv Oy .



1. Fie $\vec{u}$ un vector în plan. Orice vector $\vec{u}$ poate fi scris în mod unic $\vec{u} = x\vec{i} + y\vec{j}$;



2. $\overrightarrow{AB} = (x_B - x_A)\vec{i} + (y_B - y_A)\vec{j}$;



3. Modulul unui vector

$$\vec{u} = x\vec{i} + y\vec{j} \Rightarrow |\vec{u}| = \sqrt{x^2 + y^2}$$

4. Suma a doi vectori

$$\vec{u} = x_1\vec{i} + y_1\vec{j}$$
$$\vec{v} = x_2\vec{i} + y_2\vec{j} \qquad \vec{u} + \vec{v} = (x_1 + x_2)\vec{i} + (y_1 + y_2)\vec{j}$$

5. Condiția de paralelism

$$\vec{u} \parallel \vec{v} \Leftrightarrow \frac{x_1}{x_2} = \frac{y_1}{y_2}\ ,\ pt.\ x_2, y_2 \neq 0$$

6. Condiția de coliniaritate a 3 puncte

$$A,B,C - \text{coliniare} \Leftrightarrow AB \| AC \Rightarrow \frac{x_2 - x_1}{x_3 - x_1} = \frac{y_2 - y_1}{y_3 - y_1}$$

7. Conditia de perpendicularitate

$$\vec{u} \perp \vec{v} \Leftrightarrow x_1 \cdot x_2 + y_1 \cdot y_2 = 0$$

Probleme propuse

1. Fie punctele $A(2,-1)$ şi $B(-1,3)$. Să se determine numerele reale a şi b astfel încât $\overrightarrow{AB}=a\vec{i}+b\vec{j}$.

2. În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(4,-8)$ şi $B(6,3)$. Să se determine coordonatele vectorului $\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB}$.

3. Să se determine numărul real a ştiind că vectorii $\vec{u}=2\vec{i}+a\vec{j}$ şi $\vec{v}=3\vec{i}+(a-2)\vec{j}$ sunt coliniari.

4. În reperul cartezian $(O,\vec{i},\vec{j})$ se consideră vectorii $\vec{u}=-3\vec{i}+2\vec{j}$ şi $\vec{v}=5\vec{i}-\vec{j}$. Să se determine coordonatele vectorului $5\vec{u}+3\vec{v}$.

5. Să se determine coordonatele punctului B, ştiind că $A(3,4)$ şi $\overrightarrow{AB}=\vec{i}+\vec{j}$.

6. Se consideră vectorii $\vec{v}=3\vec{i}+4\vec{j}$ şi $\vec{u}=2\vec{i}-3\vec{j}$. Să se determine coordonatele vectorului $\vec{w}=2\vec{v}-3\vec{u}$.

7. Să se calculeze $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{CA}$, ştiind că A,B şi C sunt vârfurile unui triunghi.

8. Se consideră triunghiul echilateral ABC înscris într-un cerc de centru O. Să se arate că $\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB}+\overrightarrow{OC}=\vec{O}$.

9. În reperul cartezian xOy se consideră vectorii $\overrightarrow{OA}(2,-3)$ şi $\overrightarrow{OB}(1,-2)$. Să se determine numerele reale α şi β pentru care vectorul $3\overrightarrow{OA}-5\overrightarrow{OB}$ are coordonatele (α,β).

10. Dacă $\overrightarrow{AB}+2\overrightarrow{CB}=\vec{0}$, să se determine valoarea raportului $\dfrac{AB}{BC}$.

11. În reperul cartezian xOy se consideră vectorii $\overrightarrow{OA}(2,-1)$ şi $\overrightarrow{OB}(1,2)$. Să se determine coordonatele vectorului $\overrightarrow{OM}$, unde M este mijlocul segmentului AB .

12. Fie ABC un triunghi echilateral înscris într-un cerc de centru O. Să se calculeze $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}-3\overrightarrow{AO}$.

13. Să se determine numărul real m pentru care vectorii $\vec{v}=2\vec{i}+3\vec{j}$ şi $\vec{w}=-\vec{i}+m\vec{j}$ sunt coliniari.