Examenul de bacalaureat naţional 2016
Proba E. c)
Matematică *M_mate-info*
Clasa a XI-a

Simulare

Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică-informatică
Filiera vocaţională, profilul militar, specializarea matematică-informatică

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.**

I. THEMA (30 Punkte)

5p	**1.** Zeige, dass $\log_{2016} 63 + \log_{2016} 32 + \sqrt{0,0625} = \frac{5}{4}$.
5p	**2.** Bestimme die reelle Zahl m, für die die Lösungen der Gleichung $x^2 - (3m-4)x + m - 3 = 0$ die Beziehung erfüllen $x_1 + x_2 = 2x_1x_2$.
5p	**3.** Löse in der Menge der reellen Zahlen die Gleichung $2 \cdot 2^x + 4^x - 8^x = 0$.
5p	**4.** Berechne die Wahrscheinlichkeit, dass ein Element der Menge $\{0, 1, 2, \ldots, 9\}$ eine Lösung der Gleichung $f(n) = 0$ ist, wo $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(n) = n^3 + 3n - 4$.
5p	**5.** Gegeben ist das Dreieck ABC mit $AB = AC = 6\sqrt{3}$ und $m(\sphericalangle A) = 120^\circ$. Berechne die Länge des Vektors $\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AB}$.
5p	**6.** Zeige, dass $\sin(a+b) = 1$, falls $a, b \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$, $a \neq b$ und $\sin a + \cos a = \sin b + \cos b$.

II. THEMA (30 Punkte)

	1. Gegeben ist die Determinante $\Delta(x,y) = \begin{vmatrix} x & 3 & y \\ x^2 & 2 & y^2 \\ 1 & 1 & 1 \end{vmatrix}$, wo x und y reelle Zahlen sind.
5p	**a)** Berechne $\Delta(-1,0)$.
5p	**b)** Beweise, dass $\Delta(x,y) = (x-y)(xy - 3x - 3y + 2)$, für alle reellen Zahlen x und y.
5p	**c)** Bestimme die ganzen, voneinander verschiedenen Zahlen x und y, wenn $\frac{1}{y-x}\Delta(x,y) = 8$.
	2. Gegeben ist die Matrix $A(n) = \begin{pmatrix} 1 & 2^n & 3^n \\ 0 & 1 & 2^n \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$, wo n eine natürliche Zahl ist.
5p	**a)** Berechne $A(1) - A(0)$.
5p	**b)** Bestimme die Inverse der Matrix $A(1)$.
5p	**c)** Beweise: wenn $A(n) \cdot A(n) = A(p)$, dann $n = 0$ und $p = 1$.

III. THEMA (30 Punkte)

	1. Gegeben ist die Funktion $f : (0, +\infty) \to \mathbb{R}$, $f(x) = \ln \frac{2x+1}{x}$ und die Folge der reellen Zahlen $(x_n)_{n \geq 1}$, $x_n = f(n)$.
5p	**a)** Bestimme die Gleichung der horizontalen Asymptote gegen $+\infty$ des Grafen der Funktion f.
5p	**b)** Beweise, dass die Folge $(x_n)_{n \geq 1}$ fallend ist.
5p	**c)** Beweise, dass $\ln 2 < x_n \leq \ln 3$, für jede natürliche Zahl n, $n \geq 1$.

2. Gegeben ist die Funktion $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=\begin{cases}\dfrac{x^2-8x+7}{x^2-4x+3}, & x<1\\ \sqrt{x^2+4x-4}+a, & x\geq 1\end{cases}$, wo a eine reelle Zahl ist.

5p **a)** Berechne $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$.

5p **b)** Bestimme die reelle Zahl a, für die die Funktion f im Punkt $x=1$ stetig ist.

5p **c)** Für $a=2$, berechne $\lim\limits_{\substack{x\to1\\x>1}}\dfrac{\ln\left(f(x)-2\right)}{x-1}$.