

Examenul de bacalaureat național 2016

Proba E. c)

Matematică *M_mate-info*

Clasa a XI-a

Simulare

Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică-informatică

Filiera vocațională, profilul militar, specializarea matematică-informatică

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.

СУБЪЕКАТ I

(30 бодова)

- 56 1. Докажите да $\log_{2016} 63 + \log_{2016} 32 + \sqrt{0,0625} = \frac{5}{4}$.
- 56 2. Одредите реални број m тако да солуције једначине $x^2 - (3m - 4)x + m - 3 = 0$ проверавају релацију $x_1 + x_2 = 2x_1x_2$.
- 56 3. Решите у скупу реалним бројева једначину $2 \cdot 2^x + 4^x - 8^x = 0$.
- 56 4. Израчунајте вероватноћу, тако да бирајући један елеменат из скупа $\{0, 1, 2, \dots, 9\}$, овај да буде солуција једначине $f(n) = 0$, где $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(n) = n^3 + 3n - 4$.
- 56 5. Сматра се троугао ABC са $AB = AC = 6\sqrt{3}$ и $m(\sphericalangle A) = 120^\circ$. Израчунајте дужину вектора $\overline{AC} - \overline{AB}$.
- 56 6. Докажите да $\sin(a + b) = 1$, знајући да $a, b \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$, $a \neq b$ и $\sin a + \cos a = \sin b + \cos b$.

СУБЪЕКАТ II

(30 бодова)

1. Сматра се детерминант $\Delta(x, y) = \begin{vmatrix} x & 3 & y \\ x^2 & 2 & y^2 \\ 1 & 1 & 1 \end{vmatrix}$, где x и y су реалне бројеве.
- 56 а) Израчунајте $\Delta(-1, 0)$.
- 56 б) Докажите да $\Delta(x, y) = (x - y)(xy - 3x - 3y + 2)$, за било које реалне бројеве x и y .
- 56 в) Одредите целе различите бројеве x и y , знајући $\frac{1}{y - x} \Delta(x, y) = 8$.
2. Сматра се матрица $A(n) = \begin{pmatrix} 1 & 2^n & 3^n \\ 0 & 1 & 2^n \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$, где n природни број.
- 56 а) Израчунајте $A(1) - A(0)$.
- 56 б) Одредите инверзну матрицу матрице $A(1)$.
- 56 в) Докажите да, ако $A(n) \cdot A(n) = A(p)$, онда $n = 0$ и $p = 1$.

СУБЪЕКАТ III

(30 бодова)

1. Сматра се функција $f: (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \ln \frac{2x+1}{x}$ и низ реалних бројева $(x_n)_{n \geq 1}$, $x_n = f(n)$.
- 56 а) Одредите једначину хоризонталне асимптоте према $+\infty$ на графику функције f .
- 56 б) Докажите да низ $(x_n)_{n \geq 1}$ је опадајући.
- 56 в) Докажите да $\ln 2 < x_n \leq \ln 3$, за било који природни број n , $n \geq 1$.

2. Сматра се функција $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - 8x + 7}{x^2 - 4x + 3}, & x < 1 \\ \sqrt{x^2 + 4x - 4} + a, & x \geq 1 \end{cases}$, где a реални број.

56 а) Израчунајте $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$.

56 б) Одредите реални број a , тако да функција f је непрекидна у тачку $x = 1$.

56 в) За $a = 2$, израчунајте $\lim_{\substack{x \rightarrow 1 \\ x > 1}} \frac{\ln(f(x) - 2)}{x - 1}$.