Examenul de bacalaureat naţional 2018
Proba E. c)
Matematică *M_mate-info*
Clasa a XI-a

Simulare

Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică-informatică
Filiera vocaţională, profilul militar, specializarea matematică-informatică

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.**

I.THEMA **(30 Punkte)**

5p	**1.** Bestimme die komplexe Zahl z, wenn $2\overline{z}+iz=4+5i$, wo $\overline{z}$ die konjugierte Zahl von z ist.
5p	**2.** Gegeben ist die Funktion $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=3-2x$. Bestimme die reellen Werte von x so, dass $(f\circ f)(x)<x$.
5p	**3.** Löse in der Menge der reellen Zahlen die Gleichung $3^{x^2+1}\cdot\sqrt[3]{27}=3^3$.
5p	**4.** Berechne die Wahrscheinlichkeit, dass eine gewählte Teilmenge mit zwei Elementen aus der Menge $A=\{0,1,2,3,4,5\}$ nur gerade Zahlen enthält.
5p	**5.** Gegeben ist das Rechteck $ABCD$ mit $AB=8$, $AD=4$ und der Punkt M, die Mitte der Seite CD. Berechne die Länge des Vektors $\vec{v}=\overrightarrow{DC}+\overrightarrow{BM}$.
5p	**6.** Gegeben ist $E(x)=\sin\frac{2x}{3}-\cos\frac{8x}{3}$, wo x eine reelle Zahl ist. Zeige, dass die Zahl $E\left(\frac{\pi}{4}\right)$ natürlich ist.

II.THEMA **(30 Punkte)**

	1. Gegeben sind die Matrizen $I_3=\begin{pmatrix}1&0&0\\0&1&0\\0&0&1\end{pmatrix}$ und $A(a)=\begin{pmatrix}a^2+a&a^2-a&1\\a^2-a&a^2+a&1\\0&0&1\end{pmatrix}$, wo a eine reelle Zahl ist.
5p	**a)** Zeige, dass $\det\left(A(-2)\right)=-32$.
5p	**b)** Bestimme die reellen Werte von x so, dass $\det\left(A(x)-xI_3\right)\geq 0$.
5p	**c)** Gegeben sind in dem kartesischen Koordinatensystem xOy die Punkte $P_a\left(a^2+a,a^2-a\right)$, wo a eine reelle Zahl ist. Beweise, dass für jede reelle von Null verschiedene Zahl a, die Punkte P_a, P_{-a} und O **nicht** kollinear sind.
	2. Gegeben ist die Matrix $M(x)=\begin{pmatrix}1&0&x\\0&2^x&0\\0&0&1\end{pmatrix}$, wo x eine reelle Zahl ist.
5p	**a)** Beweise, dass $M(x)\cdot M(-x)=M(0)$, für jede reelle Zahl x.
5p	**b)** Berechne die Umkehrmatrix der Matrix $M(x)$, $x\in\mathbb{R}$.
5p	**c)** Zeige, dass $\det\left(M(1)+M(2)+\ldots+M(n)\right)=2n^2\left(2^n-1\right)$, für jede natürliche von Null verschiedene Zahl n.

III.THEMA **(30 Punkte)**

	1. Gegeben ist die Funktion $f:(-1,+\infty)\to\mathbb{R}$, $f(x)=\frac{x^2+2x}{(x+1)^2}$.
5p	**a)** Berechne $\lim\limits_{x\to 0}\frac{f(x)}{x}$.

5p	**b)** Bestimme die Gleichung der horizontalen Asymptote gegen $+\infty$ an das Schaubild der Funktion f.
5p	**c)** Beweise, dass die Folge $(a_n)_{n\geq 1}$ mit $a_n = f(1)\cdot f(2)\cdot f(3)\cdot\ldots\cdot f(n)$ fallend ist.
	2. Gegeben ist die Funktion $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=\begin{cases} 2^x+\sin(x-1)+m, & x\leq 1 \\ \dfrac{\sqrt{3x-2}-1}{x^2-1}, & x>1 \end{cases}$, wo m eine reelle Zahl ist.
5p	**a)** Zeige, dass $\lim\limits_{\substack{x\to 1 \\ x>1}} f(x)=\dfrac{3}{4}$.
5p	**b)** Bestimme die reelle Zahl m so, dass die Funktion f auf $\mathbb{R}$ stetig ist.
5p	**c)** Für $m=-\dfrac{5}{4}$, beweise, dass die Gleichung $f(x)=0$ wenigstens eine Lösung in dem Intervall $(0,2)$ hat.