Examenul de bacalaureat naţional 2019
Proba E. c)
Matematică *M_mate-info*
Clasa a XI-a

Simulare

Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică-informatică
Filiera vocaţională, profilul militar, specializarea matematică-informatică

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.**

I. THEMA – Schreibe den Buchstaben, der der richtigen Antwort entspricht auf das Prüfungsblatt.
(30 Punkte)

5p **1.** Die Summe der ersten drei Glieder einer arithmetischen Folge $(a_n)_{n\geq 1}$ beträgt 333. Das zweite Glied dieser Folge ist:

A. 30 **B.** 111 **C.** 222 **D.** 333

5p **2**. Gegeben ist die Funktion $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=3x-5$. Dann ist $(f\circ f)\left(\frac{10}{9}\right)$ gleich:

A. -10 **B.** $-\frac{5}{3}$ **C.** 0 **D.** $\frac{10}{9}$

5p **3.** Die Menge der Lösungen der Gleichung $2\log_2(x+1)-\log_2(x+2)=\log_{\frac{1}{3}}3$ ist:

A. $\left\{-\frac{3}{2},0\right\}$ **B.** $\left\{-\frac{3}{2}\right\}$ **C.** $\{0\}$ **D.** $\left\{0,\frac{3}{2}\right\}$

5p **4.** Die Wahrscheinlichkeit, dass eine aus der Menge der zweistelligen natürlichen Zahlen zufällig gewählte Zahl mindestens eine gerade Ziffer hat, ist:

A. $\frac{5}{18}$ **B.** $\frac{4}{9}$ **C.** $\frac{5}{9}$ **D.** $\frac{13}{18}$

5p **5**. Im kartesischen Koordinatensystem xOy ist das Dreieck, dessen Seiten auf den Geraden mit den Gleichungen $d_1: y=-2x$, $d_2: y=2x$ und $d_3: x=2$ liegen, gegeben. Der Umfang dieses Dreiecks ist:

A. $4\left(2+\sqrt{5}\right)$ **B.** 24 **C.** $6\sqrt{5}$ **D.** $4\left(3+\sqrt{5}\right)$

5p **6.** Gegeben ist der Ausdruck $E(x)=\sin x-\cos x+\sin\left(x+\frac{\pi}{2}\right)-\cos\left(x+\frac{3\pi}{2}\right)$, wo x eine reelle Zahl ist. Für jede reelle Zahl x, ist der Ausdruck $E(x)$ gleich:

A. 0 **B.** $2\cos x$ **C.** $2\sin x$ **D.** 1

II. THEMA – Schreibe die vollständigen Lösungen auf das Prüfungsblatt. **(30 Punkte)**

1. Gegeben ist die Determinante $D(a,b)=\begin{vmatrix} a & 2b & 1 \\ a & a & b \\ 2 & 3 & 1 \end{vmatrix}$, wo a und b reelle Zahlen sind.

5p **a)** Berechne $D(0,1)$.

5p **b)** Zeige, dass $D(a,1)\geq 0$, für jede reelle Zahl a.

5p **c)** Beweise: wenn m und n ungerade ganze Zahlen sind, dann $D(m,n)\neq 0$.

2. Gegeben sind die Matrizen $I_3=\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ und $A(x)=\begin{pmatrix} x & 1 & -x \\ 1 & 0 & 1 \\ -x & 1 & x \end{pmatrix}$, wo x eine reelle Zahl ist.

5p **a)** Zeige, dass $A(-x)+A(x)=2A(0)$, für jede reelle Zahl x.

5p **b)** Zeige, dass $\det\left(A(x)A(y)-A(2xy)\right)=0$, für alle reellen Zahlen x und y.

5p **c)** Bestimme die reelle Zahl m, falls $A(1)A\left(\frac{1}{2}\right)+A(2)A\left(\frac{1}{4}\right)+\ldots+A(2019)A\left(\frac{1}{4038}\right)=mI_3$.

III. THEMA – Schreibe die vollständigen Lösungen auf das Prüfungsblatt. (30 Punkte)

1. Gegeben ist die Funktion $f:(-2,+\infty)\to\mathbb{R}$, $f(x)=\frac{x+1}{x+2}$.

5p **a)** Berechne $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$.

5p **b)** Gegeben ist die Folge $(a_n)_{n\geq1}$ mit $a_n=f(n)$. Beweise, dass die Folge $(a_n)_{n\geq1}$ beschränkt ist.

5p **c)** Berechne $\lim\limits_{n\to+\infty} n\left(\sqrt{f(n)}-1\right)$.

2. Gegeben ist die Funktion $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=\begin{cases} a+\frac{\sin x}{x}, & x\in(-\infty,0) \\ \sqrt{x^2+2x}, & x\in[0,+\infty) \end{cases}$, wo a eine reelle Zahl ist.

5p **a)** Bestimme die reelle Zahl a, für die die Funktion f auf $\mathbb{R}$ stetig ist.

5p **b)** Für $a=1$, bestimme die Gleichung der horizontalen Asymptote gegen $-\infty$ des Schaubildes der Funktion f.

5p **c)** Beweise, dass die Gleichung $f(x)=|a|$, für jede reelle Zahl a, mindestens eine Lösung hat.