

Examenul de bacalaureat național 2019

Proba E. c)

Matematică *M\_mate-info*

Clasa a XI-a

Simulare

*Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică-informatică*

*Filiera vocațională, profilul militar, specializarea matematică-informatică*

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.

**ZADANIE I. – Na skúškový hárok napíšte písmeno zodpovedajúce správnej odpovedi. (30 bodov)**

- 5b 1. Súčet prvých troch členov aritmetickej postupnosti  $(a_n)_{n \geq 1}$  je 333. Druhý člen tejto postupnosti je:
- A. 30                                      B. 111                                      C. 222                                      D. 333
- 5b 2. Majme funkciu  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = 3x - 5$ . Potom  $(f \circ f)\left(\frac{10}{9}\right)$  je:
- A. -10                                      B.  $-\frac{5}{3}$                                       C. 0                                      D.  $\frac{10}{9}$
- 5b 3. Množina riešení rovnice  $2\log_2(x+1) - \log_2(x+2) = \log_{\frac{1}{3}} 3$  je:
- A.  $\left\{-\frac{3}{2}, 0\right\}$                                       B.  $\left\{-\frac{3}{2}\right\}$                                       C.  $\{0\}$                                       D.  $\left\{0, \frac{3}{2}\right\}$
- 5b 4. Pravdepodobnosť, aby pri výbere jedného čísla z množiny dvojciferných prirodzených čísel malo toto číslo aspoň jednu párnú číslicu je:
- A.  $\frac{5}{18}$                                       B.  $\frac{4}{9}$                                       C.  $\frac{5}{9}$                                       D.  $\frac{13}{18}$
- 5b 5. V karteziánskej súradnicovej sústave  $xOy$  majme trojuholník, ktorého strany ležia na priamkach s rovnicami  $d_1: y = -2x$ ,  $d_2: y = 2x$  și  $d_3: x = 2$ . Obvod tohto trojuholníka je:
- A.  $4(2 + \sqrt{5})$                                       B. 24                                      C.  $6\sqrt{5}$                                       D.  $4(3 + \sqrt{5})$
- 5b 6. Majme výraz  $E(x) = \sin x - \cos x + \sin\left(x + \frac{\pi}{2}\right) - \cos\left(x + \frac{3\pi}{2}\right)$ , kde  $x$  je reálne číslo. Pre ktorékoľvek reálne číslo  $x$ , výraz  $E(x)$  je:
- A. 0                                      B.  $2\cos x$                                       C.  $2\sin x$                                       D. 1

**ZADANIE II. – Na skúškový hárok napíšte úplné riešenia.**

**(30 bodov)**

1. Majme determinant  $D(a, b) = \begin{vmatrix} a & 2b & 1 \\ a & a & b \\ 2 & 3 & 1 \end{vmatrix}$ , kde  $a$  i  $b$  sú reálne čísla.
- 5b a) Vypočítajte  $D(0, 1)$ .
- 5b b) Ukážte, že  $D(a, 1) \geq 0$ , pre hociktoré reálne číslo  $a$ .
- 5b c) Dokážte, že ak čísla  $m$  i  $n$  sú nepárne celé, tak  $D(m, n) \neq 0$ .
2. Majme matice  $I_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$  i  $A(x) = \begin{pmatrix} x & 1 & -x \\ 1 & 0 & 1 \\ -x & 1 & x \end{pmatrix}$ , kde  $x$  je reálne číslo.
- 5b a) Ukážte, že  $A(-x) + A(x) = 2A(0)$ , pre hociktoré reálne číslo  $x$ .
- 5b b) Ukážte, že  $\det(A(x)A(y) - A(2xy)) = 0$ , pre ktorékoľvek reálne čísla  $x$  i  $y$ .
- 5b c) Určte reálne číslo  $m$ , viediac, že  $A(1)A\left(\frac{1}{2}\right) + A(2)A\left(\frac{1}{4}\right) + \dots + A(2019)A\left(\frac{1}{4038}\right) = mI_3$ .

**ZADANIE III. – Na skúškový hárok napíšte úplné riešenia.**

**(30 bodov)**

1. Majme funkciu  $f : (-2, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = \frac{x+1}{x+2}$ .

5b a) Vypočítajte  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ .

5b b) Majme postupnosť  $(a_n)_{n \geq 1}$  s  $a_n = f(n)$ . Dokážte, že postupnosť  $(a_n)_{n \geq 1}$  je ohraničená.

5b c) Vypočítajte  $\lim_{n \rightarrow +\infty} n(\sqrt{f(n)} - 1)$ .

2. Majme funkciu  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = \begin{cases} a + \frac{\sin x}{x}, & x \in (-\infty, 0) \\ \sqrt{x^2 + 2x}, & x \in [0, +\infty) \end{cases}$ , kde  $a$  je reálne číslo.

5b a) Určte reálne číslo  $a$ , pre ktoré funkcia  $f$  je spojitá na  $\mathbb{R}$ .

5b b) Pre  $a = 1$ , určte rovnicu vodorovnej asymptoty k  $-\infty$  ku grafu funkcie  $f$ .

5b c) Dokážte, že pre hociktoré reálne číslo  $a$ , rovnica  $f(x) = |a|$  má aspoň jeden koreň.