

Examenul de bacalaureat național 2015

Proba E. c)

Matematică *M_șt-nat*

Clasa a XI-a

Simulare

Filiera teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.

I. Thema

(30 Puncte)

- 5p** 1. Berechne a_{2015} , wenn $(a_n)_{n \geq 1}$ eine arithmetische Folge mit $a_1 = 2015$ und $r = -1$ ist.
- 5p** 2. Bestimme die reelle Zahl m , wenn der Punkt $A(2, -3)$ zum Schaubild der Funktion $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^2 - (2m+1)x + 3$ gehört.
- 5p** 3. Löse in der Menge der reellen Zahlen die Gleichung $\sqrt{x+1} - \sqrt{x-1} = \sqrt{2}$.
- 5p** 4. Berechne die Wahrscheinlichkeit, dass eine zufällig gewählte Teilmenge mit zwei Elementen aus der Menge $\{1, 2, 3, \dots, 9\}$, nur aus vollständigen Quadrate besteht.
- 5p** 5. Gegeben sind in dem kartesischen Koordinatensystem xOy die Punkte $A(5, -2)$ und $C(1, 2)$. Bestimme die Koordinaten des Punktes B , wenn das Viereck $OABC$ ein Parallelogramm ist.
- 5p** 6. Gegeben ist das Rechteck $ABCD$ mit $AB = 3\sqrt{3}$ und $BD = 6$. Berechne den Flächeninhalt des Dreiecks ABC .

II. Thema

(30 Puncte)

1. Gegeben ist die Determinante $D(x) = \begin{vmatrix} 1 & x & 4 \\ 2 & x-1 & 7-x \\ 1 & -2 & x^2 \end{vmatrix}$, wo x eine reelle Zahl ist.
- 5p** a) Berechne $D(1)$.
- 5p** b) Zeige, dass $D(x) = -(x-1)(x+1)(x+2)$, für jede reelle Zahl x .
- 5p** c) Löse in der Menge der reellen Zahlen die Gleichung $D(2^x - 3) = 0$.
2. Gegeben ist die Matrix $X(a) = \begin{pmatrix} 1+3a & -6a \\ a & 1-2a \end{pmatrix}$, wo a eine reelle Zahl ist.
- 5p** a) Zeige, dass $X(-1) + X(1) = 2X(0)$.
- 5p** b) Zeige, dass $X(a) \cdot X(b) = X(a+b+ab)$, für alle reellen Zahlen a und b .
- 5p** c) Bestimme die reellen Werte von a , für die die Matrix $X(a)$ umkehrbar ist.

III. Thema

(30 Puncte)

1. Gegeben ist die Funktion $f: (1, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{x^2}{x-1}$.
- 5p** a) Zeige, dass die Gerade mit der Gleichung $x=1$ vertikale Asymptote an das Schaubild der Funktion f ist.
- 5p** b) Berechne $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x) - 4}{x - 2}$.
- 5p** c) Bestimme die Gleichung der schiefen Asymptote gegen $+\infty$ an das Schaubild der Funktion f .
2. Gegeben ist die Funktion $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \begin{cases} e^{x+1} - 3, & x \leq -1 \\ 2x^3 + (a-3)x - 4, & x > -1 \end{cases}$, wo a eine reelle Zahl ist.
- 5p** a) Bestimme die reelle Zahl a , für die die Funktion f stetig in $x = -1$ ist.
- 5p** b) Zeige, dass $f(x) + 2 \leq 0$, für alle $x \leq -1$.
- 5p** c) Für $a = -1$, zeige, dass die Gleichung $f(x) = 0$ wenigstens eine Lösung im Intervall $[0, 2]$ hat.