

Examenul de bacalaureat național 2018

Proba E. c)

Matematică *M_șt-nat*

Clasa a XI-a

Simulare

Filiera teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.

ЗВАННЯ I

(30 балів)

- 56 1. Докажіть, що число $N = \log_5 7 + \log_5 35 - 2\log_5 \frac{7}{25}$ є натуральним.
- 56 2. Знаючи, що $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x + 2$, обчисліть $S = (f \circ f)(1) + (f \circ f)(2) + \dots + (f \circ f)(10)$.
- 56 3. Розв'яжіть у множині дійсних чисел рівняння $\log_2(x^2 + 1) + 3 = \log_2(7x^2 + 9)$.
- 56 4. Визначте ймовірність того, що, вибираючи число з множини $A = \{i, i^2, i^3, i^4\}$, де $i^2 = -1$, воно буде дійсним.
- 56 5. У декартовій системі координат xOy розглядають точки $M(1, n)$, $N(n, 3)$ і $P(2n, 5)$, де n - натуральне число. Знаючи, що вектори \overline{MN} і \overline{MP} колінеарні, знайдіть натуральне число n .
- 56 6. Докажіть, що $\sin\left(x - \frac{\pi}{3}\right) + \cos\left(x + \frac{\pi}{6}\right) = 0$, для будь-якого дійсного x .

ЗВАННЯ II

(30 балів)

1. Розглядають матриці $I_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ і $X(a) = \begin{pmatrix} 2 & 4 & 1 \\ 3 & 9 & 1 \\ a & a^2 & 1 \end{pmatrix}$, де a - дійсне число.
- 56 а) Докажіть, що $\det(X(-1)) = 12$.
- 56 б) Визначте дійсні числа a , для яких $\det(X(a) - I_3) = 0$.
- 56 в) У декартовій системі координат xOy розглядають точки $A(2, 4)$, $B(3, 9)$ і $C(a, a^2)$, де a - натуральне число. Визначте натуральні числа a , для яких ABC є трикутником з площею, меншою, ніж 3.
2. Розглядають матрицю $M(x) = \begin{pmatrix} 1+3x & 3x \\ -3x & 1-3x \end{pmatrix}$, де x - дійсне число.
- 56 а) Докажіть, що $M(x)M(y) = M(x+y)$, для будь-яких дійсних чисел x і y .
- 56 б) Визначте обернену до матриці $M(x)$, де x - дійсне число.
- 56 в) Визначте додатне дійсне число x , для якого виконується рівність $M(\sqrt{x})M(\sqrt{x+5}) = M(5)$.

ЗВАННЯ III

(30 балів)

1. Розглядають функцію $f: (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{x^2 - x - 2}{x}$.
- 56 а) Обчисліть $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x)}{x-2}$.
- 56 б) Визначте рівняння похилої асимптоти, прямуючої до $+\infty$, до графіка функції f .
- 56 в) Доведіть, що існує одне ненульове натуральне число m , для якого $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(mx)}{f(x)} = m^2 - m$.

2. Розглядають функцію $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \begin{cases} x^2 - ax + 2a - 4, & x \in (-\infty, 2) \\ 2^{x-1} - 2, & x \in [2, +\infty) \end{cases}$, де a – дійсне число.

56 а) Докажіть, що $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{4f(x)}{(1-2x)^2} = 1$ для будь-якого дійсного a .

56 б) Доведіть, що функція f є неперервною на \mathbb{R} для будь-якого дійсного a .

56 в) Доведіть, що для будь-якого дійсного числа a , $a < 3$, рівняння $f(x) = 0$ має хоча б один розв'язок на проміжку $(1, 3)$.