Examenul de bacalaureat naţional 2019
Proba E. c)
Matematică *M_şt-nat*
Clasa a XI-a

Simulare

Filiera teoretică, profilul real, specializarea ştiinţe ale naturii
- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.**

I. THEMA – Schreibe den Buchstaben, der der richtigen Antwort entspricht auf das Prüfungsblatt.

(30 Punkte)

5p **1.** Gegeben ist die arithmetische Folge $(a_n)_{n\geq1}$ mit $a_3=11$ und $a_4=13$. Das erste Glied der Folge ist gleich mit:
A. -1 **B.** 3 **C.** 7 **D.** 11

5p **2.** Gegeben ist die Funktion $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=2x^2-8x+m$, wo m eine reelle Zahl ist. Wenn die Koordinaten des Scheitelpunktes der Parabel, die der Funktion f entspricht, gleich sind, dann ist die reelle Zahl m gleich mit:
A. 6 **B.** 8 **C.** 10 **D.** 12

5p **3.** Die Menge der Lösungen der Gleichung $\sqrt{x+12}=x$ ist:
A. $\{-3,4\}$ **B.** $\{4\}$ **C.** $\{-3\}$ **D.** $\{-4,3\}$

5p **4.** Die Wahrscheinlichkeit, dass eine Zahl der Menge $A=\{n\in\mathbb{N}^*\mid n\leq120\}$, ein Vielfaches von 25 ist, ist :
A. $\frac{1}{30}$ **B.** $\frac{4}{121}$ **C.** $\frac{1}{24}$ **D.** $\frac{29}{30}$

5p **5.** Gegeben sind die Punkte $M(3,5)$ und $N(4,4)$ in dem kartesischen Koordinatensystem xOy. Wenn sich der Punkt P so auf der Ox Achse befindet, dass die Punkte M, N und P kollinear sind, dann :
A. $P(-8,0)$ **B.** $P(0,8)$ **C.** $P(0,0)$ **D.** $P(8,0)$

5p **6.** Gegeben ist der Ausdruck $E(x)=\sin x+\sin\left(x+\frac{2\pi}{3}\right)+\sin\left(x-\frac{2\pi}{3}\right)$, wo x eine reelle Zahl ist. Für jede reelle Zahl x, ist der Ausdruck $E(x)$ gleich mit:
A. 0 **B.** $\sqrt{3}\cos x$ **C.** $\sin x$ **D.** 1

II. THEMA – Schreibe die vollständigen Lösungen auf das Prüfungsblatt. (30 Punkte)

1. Gegeben ist die Determinante $D(x)=\begin{vmatrix}1-x & 2 & 3\\ 1 & 2-x & 3\\ 1 & 2 & 3-x\end{vmatrix}$, wo x eine reelle Zahl ist.

5p **a)** Zeige, dass $D(1)=5$.
5p **b)** Beweise, dass für jede ganze Zahl p, $p\neq6$, die Zahl $D(p)$ teilbar durch $6-p$ ist.
5p **c)** Bestimme den maximalen Wert von $D(n)$, wenn n eine natürliche Zahl ist.

2. Gegeben sind die Matrizen $A=\begin{pmatrix}-1 & 1\\ -1 & 0\end{pmatrix}$ und $B(x)=\begin{pmatrix}0 & x+1\\ x-1 & 1\end{pmatrix}$, wo x eine reelle Zahl ist.

5p **a)** Zeige, dass $B(1)+B(3)=2B(2)$.
5p **b)** Bestimme die reelle Zahl x so, dass $A\cdot B(x)=B(x)\cdot A$.
5p **c)** Bestimme die reellen Zahlen x so, dass $B(x)\cdot B(x)=B(x)$.

III. THEMA – Schreibe die vollständigen Lösungen auf das Prüfungsblatt. (30 Punkte)

1. Gegeben ist die Funktion $f:(0,+\infty)\to\mathbb{R}$, $f(x)=\dfrac{(x-4)^2}{x}$.

5p **a)** Berechne $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{f(x)}{x}$.

5p **b)** Berechne $\lim\limits_{x\to4}\dfrac{x^3-8x^2+16x}{f(x)}$.

5p **c)** Beweise, dass für jede reelle Zahl a, $a>0$, $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{1}{a}\left(f(x+a)-f(x)\right)$ **nicht** von a abhängig ist.

2. Gegeben ist die Funktion $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=\begin{cases}\dfrac{x^2}{x-2}, & x\in(-\infty,1)\\ \ln x+m, & x\in[1,+\infty)\end{cases}$, wo m eine reelle Zahl ist.

5p **a)** Bestimme die reelle Zahl m so, dass die Funktion f stetig auf $\mathbb{R}$ ist.

5p **b)** Bestimme die Gleichung der schiefen Asymptote gegen $-\infty$ des Schaubildes der Funktion f.

5p **c)** Für $m\le0$, beweise, dass die Funktion f surjektiv ist.