

ЗАВДАННЯ ІІІ– Напишіть, на екзаменаційному листку, в повністю розвязки.

(30 балів)

1. Дано функцію $f : (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{(x-4)^2}{x}$.

5р а) Обчисліть $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x}$.

5р б) Обчисліть $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{x^3 - 8x^2 + 16x}{f(x)}$.

5р в) Доведіть що, для будь якого дійсного числа a , $a > 0$, $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{a}(f(x+a) - f(x))$ **не** залежить від a .

2. Дано функцію $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2}{x-2}, & x \in (-\infty, 1) \\ \ln x + m, & x \in [1, +\infty) \end{cases}$, де m дійсне число.

5р а) Визначіть дійсне число m , для якого функція f є безперервна на \mathbb{R} .

5р б) Визначіть рівняння погеленої асемптоти до $-\infty$ графіку функції f .

5р в) Для $m \leq 0$, докажіть що функція f є суржективною.