

Examenul de bacalaureat național 2018

Proba E. c)

Matematică *M_tehnologic*

Clasa a XI-a

Simulare

Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.

I. FELADATSOR

(30 punct)

- 5p 1. Igazold, hogy $n = \frac{1}{\sqrt{3}-1} - \frac{1}{\sqrt{3}+1}$ természetes szám!
- 5p 2. Határozd meg az m valós számot úgy, hogy az $A(1,2)$ pont rajta legyen az $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^2 - 2x + 3m$ függvény grafikus képén!
- 5p 3. Oldd meg a valós számok halmazán a $\log_2 x + \log_x 2 = 2$ egyenletet!
- 5p 4. Számítsd ki annak a valószínűségét, hogy az $M = \{1, 2, 3, 4\}$ halmazból véletlenszerűen kiválasztott n számra teljesüljön az $\frac{(n+2)!}{n!} \leq 20$ egyenlőtlenség!
- 5p 5. Az xOy derékszögű koordináta-rendszerben adottak az $A(1,a)$, $B(b,7)$ és $C(2,5)$ pontok, ahol a és b valós számok. Határozd meg az a és b valós számokat, ha a C pont az AB szakasz felezőpontja!
- 5p 6. Számítsd ki az ABC háromszög AC oldalának hosszát, ha $AB = 6$, $m(\sphericalangle B) = 45^\circ$ és $m(\sphericalangle C) = 30^\circ$.

II. FELADATSOR

(30 punct)

1. Adott a $D(x) = \begin{vmatrix} x & x & x \\ 3 & -1 & x \\ 2 & x & -1 \end{vmatrix}$ determináns, ahol x valós szám.
- 5p a) Igazold, hogy $D(-2) = 16$.
- 5p b) Bizonyítsd be, hogy $D(x) = x(x+1)(6-x)$ bármely x valós szám esetén!
- 5p c) Határozd meg azokat az a természetes számokat, amelyekre $D(\sqrt{a}) = 0$.
2. Adott az $M(m) = \begin{pmatrix} 1 & 2-m \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ mátrix, ahol m valós szám.
- 5p a) Igazold, hogy $M(1) + M(3) = 2M(2)$.
- 5p b) Bizonyítsd be, hogy $M(m) \cdot M(n) = M(m+n-2)$ bármely m és n valós szám esetén!
- 5p c) Határozd meg az x valós számot, ha $M(x) \cdot M(x) = M(x^2 - 1)$.

III. FELADATSOR

(30 punct)

1. Adott az $f: (2, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{x^2 - 4x + 3}{x - 2}$ függvény.
- 5p a) Igazold, hogy $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{f(x)}{x - 3} = 2$.
- 5p b) Számítsd ki a $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(2x)}{f(x)}$ határértéket!
- 5p c) Határozd meg az f függvény grafikus képéhez tartozó ferde aszimptota egyenletét a $+\infty$ felé!

2. Adott az $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \begin{cases} 2x^2 - 3x + 4, & x \in (-\infty, 1) \\ 3x, & x \in [1, +\infty) \end{cases}$ függvény.

5p a) Bizonyítsd be, hogy az f függvény folytonos az $x=1$ pontban!

5p b) Számítsd ki a $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{f(x)} - 3}{x - 3}$ határértéket!

5p c) Adott a $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $g(x) = 1 + x^3 - x^4$ függvény. Bizonyítsd be, hogy az $(f + g)(x) = 0$ egyenletnek van legalább egy megoldása a $(0, 2)$ intervallumban!