

Examenul de bacalaureat național 2019

Proba E. c)

Matematică *M\_tehnologic*

Clasa a XI-a

Simulare

*Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale*

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.

I. FELADATSOR – Írd a vizsgalapra a helyes válasznak megfelelő betűt!

(30 pont)

- 5p 1. Az  $\frac{1}{\sqrt{2}+1} + \frac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{2}} - (\sqrt{3}-2)$  művelet sor eredménye:  
A.  $\sqrt{2}-1$                       B. 1                      C.  $1+\sqrt{3}$                       D. 3
- 5p 2. Az  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = 2x-1$  és  $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $g(x) = -3x+9$  függvények grafikus képének metszéspontja:  
A.  $P(1,1)$                       B.  $P(2,1)$                       C.  $P(2,3)$                       D.  $P(3,2)$
- 5p 3. A  $3 \cdot 2^x + 2^{x+3} = 44$  egyenlet megoldáshalmaza:  
A.  $\{0\}$                       B.  $\{1\}$                       C.  $\{2\}$                       D.  $\{4\}$
- 5p 4. Annak a valószínűsége, hogy egy véletlenszerűen kiválasztott kétjegyű természetes szám számjegyeinek szorzata 0 legyen:  
A.  $\frac{9}{10}$                       B.  $\frac{8}{9}$                       C.  $\frac{1}{9}$                       D.  $\frac{1}{10}$
- 5p 5. Az  $xOy$  derékszögű koordináta-rendszerben adottak az  $A(0,a)$ ,  $B(3,4)$  és  $C(6,0)$  pontok, ahol  $a$  valós szám. Ha  $OB \parallel AC$ , akkor az  $a$  valós szám értéke:  
A.  $-8$                       B.  $-\frac{9}{2}$                       C.  $\frac{9}{2}$                       D. 8
- 5p 6. Az  $A$ -ban derékszögű  $ABC$  háromszögben  $AB = 5$  és  $BC = 13$ . A  $B$  szög tangense:  
A.  $\frac{5}{13}$                       B.  $\frac{5}{12}$                       C.  $\frac{13}{12}$                       D.  $\frac{12}{5}$

II. FELADATSOR – Írd a vizsgalapra a feladatok részletes megoldását!

(30 pont)

1. Adott a  $D(a) = \begin{vmatrix} a+1 & 2a+2 & a^2-1 \\ 2 & 3 & 5 \\ 1 & 2 & 4 \end{vmatrix}$  determináns, ahol  $a$  valós szám.
- 5p a) Igazold, hogy  $D(0) = -5$ .
- 5p b) Igazold, hogy  $D(a) = (a-5)(a+1)$ , bármely  $a$  valós szám esetén!
- 5p c) Határozd meg azokat az  $a$  egész számokat, amelyekre  $D(a) < -3a - 3$ .
2. Adott az  $M(x) = \begin{pmatrix} 1-x & x \\ -x & 1+x \end{pmatrix}$  mátrix, ahol  $x$  valós szám.
- 5p a) Igazold, hogy  $M(-1) + M(1) = 2M(0)$ .
- 5p b) Igazold, hogy  $M(x) \cdot M(y) = M(x+y)$ , bármely  $x$  és  $y$  valós számok esetén!
- 5p c) Igazold, hogy bármely  $a$  valós szám esetén létezik egy olyan  $x$  valós szám, amelyre  $M(x) \cdot M(x) = M(a)$ .

**III. FELADATSOR – Írd a vizsgalpra a feladatok részletes megoldását!**

**(30 pont)**

1. Adott az  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = x^2 - 5x + 4$  függvény.

5p a) Igazold, hogy  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x)}{x-1} = -3$ .

5p b) Számítsd ki a  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{f(x+1)}$  határértéket!

5p c) Határozd meg a  $g : (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $g(x) = \frac{f(x)}{x}$  függvény grafikus képéhez tartozó ferde aszimptota egyenletét a  $+\infty$  felé!

2. Adott az  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = \begin{cases} \sqrt{1-x}, & x \in (-\infty, 1) \\ \frac{2-x-x^2}{x}, & x \in [1, +\infty) \end{cases}$  függvény.

5p a) Igazold, hogy az  $f$  függvény folytonos az  $x=1$  pontban!

5p b) Számítsd ki a  $\lim_{x \rightarrow -3} \frac{f(x)-2}{x+3}$  határértéket!

5p c) Igazold, hogy bármely  $a$  valós szám esetén az  $f(x) = a$  egyenletnek van legalább egy megoldása!