Model test primitive și integrala nedefinită

1. Se consideră funcţia f: $\mathbf{R}\to\mathbf{R}, f(x)=\begin{cases}x^2-3x+2, x\le 1\\ \ln x, \quad x>1\end{cases}$. Să se arate că funcţia f admite primitive pe $\mathbf{R}$.
2. Se consideră funcţia f: $\mathbf{R}\to\mathbf{R}, f(x)=\begin{cases}x^2+x-2, x<1\\ (x+1)\ln x, x\ge 1\end{cases}$. Să se arate că funcţia f admite primitive pe $\mathbf{R}$.
3. Se consideră funcţia f: $\mathbf{R}\to\mathbf{R}, f(x)=\begin{cases}e\cdot e^x, x\le -1\\ 2+x, x>-1\end{cases}$. Să se arate că funcţia f admite primitive pe $\mathbf{R}$.
4. Se consideră funcţia f: $\mathbf{R}\to\mathbf{R}, f(x)=\begin{cases}x^2+e^x, x\le 0\\ \sqrt{x}+1, x>0\end{cases}$. Să se arate că funcţia f admite primitive pe $\mathbf{R}$.
5. Se consideră funcţia f: $\mathbf{R}\to\mathbf{R}, f(x)=\begin{cases}x^3 \quad , x\le 0\\ x+\sqrt{x}, x>0\end{cases}$. Să se arate că funcţia f admite primitive pe $\mathbf{R}$.
6. Se consideră funcţia f: $\mathbf{R}\to\mathbf{R}, f(x)=\begin{cases}x+5, \quad x<-1\\ 3x^2+1, x\ge -1\end{cases}$. Să se arate că funcţia f admite primitive pe $\mathbf{R}$.
7. Se consideră funcţia f: $\mathbf{R}\to\mathbf{R}, f(x)=\begin{cases}\dfrac{x+1}{x-2}, x\le 1\\ \ln x-2, x>1\end{cases}$. Să se arate că funcţia f admite primitive pe $\mathbf{R}$.
8. Se consideră funcţia f: $\mathbf{R}\to\mathbf{R}, f(x)=\begin{cases}x^2-3x+2, x\le 1\\ \ln x, \quad x>1\end{cases}$. Să se arate că funcţia f admite primitive.
9. Se consideră funcţia f: $\mathbf{R}\to\mathbf{R}, f(x)=\begin{cases}x+1 \quad , x<0\\ \dfrac{1}{x+1}-\sqrt{x}, x\ge 0\end{cases}$. Să se arate că funcţia f admite primitive pe $\mathbf{R}$.
10. Se consideră funcţia f: $(0,\infty)\to\mathbf{R}$, $f(x)=1-\dfrac{1}{x^2}$. Să se arate că funcţia F: $(0,\infty)\to\mathbf{R}$, $F(x)=x+\dfrac{1}{x}$ este o primitivă a funcţiei f.
11. Se consideră funcţia f: $\mathbf{R}\to\mathbf{R}, f(x)=xe^x$. Să se arate că funcţia F: $\mathbf{R}\to\mathbf{R}, F(x)=(x-1)e^x$ este o primitivă a funcţiei f.
12. Se consideră funcţiile f,g: $(0,\infty)\to\mathbf{R}$, date prin $f(x)=x^2+x\ln x$ şi $g(x)=2x+\ln x+1$. Să se arate că f este o primitivă a funcţiei g.

13. Se consideră funcţia $f:\ \mathbf{R}\to\mathbf{R}, f(x)=e^x+3x^2+2$. Să se arate că funcţia $F:\ \mathbf{R}\to\mathbf{R}$, $F(x)=e^x+x^3+2x-1$ este o primitivă a funcţiei f.

14. Se consideră funcţia $f:\ [1,\infty)\to\mathbf{R}$, $f(x)=\dfrac{\ln x}{x}$. Să se arate că funcţia $g:\ [1,\infty)\to\mathbf{R}$, $g(x)=\dfrac{1-\ln x}{x^2}$ este o primitivă a funcţiei f.

15. Se consideră funcţia $f:\mathbf{R}\to\mathbf{R}, f(x)=e^x+x^2+2x$. Să se arate că funcţia $F:\mathbf{R}\to\mathbf{R}$, $F(x)=e^x+\dfrac{x^3}{3}+x^2+1$ este o primitivă a funcţiei f.

16. Se consideră funcţiile $f,F:(0,\infty)\to\mathbf{R}$, $f(x)=e^x+\dfrac{x-1}{x}$ şi $F(x)=e^x+x-\ln x$. Să se arate că funcţia F este o primitivă a funcţiei f.

17. Se consideră funcţia f: $[0,1]\to\mathbf{R}$, $f(x)=\sqrt{x+2}$. Să se calculeze $\int f^2(x)dx$.

18. Se consideră funcţia $f:\left(\dfrac{1}{2},\infty\right)\to\mathbf{R}$, $f(x)=\sqrt{2x-1}$. Să se calculeze $\int f^2(x)dx$.

19. Se consideră funcţia $f:\ [0,\infty)\to\mathbf{R}$, $f(x)=\dfrac{1}{x+1}+\dfrac{1}{x+2}$. Să se arate că $\int (x+1)(x+2)f(x)dx=x^2+3x+C,\ x\ge 0$.

20. Se consideră funcţia $f:(0,\infty)\to\mathbf{R}$, $f(x)=x+\dfrac{1}{x}$. Să se determine $\int f(x)dx$.

21. Se consideră funcţia $f:\ \mathbf{R}\to\mathbf{R}, f(x)=e^{x^2}$. Să se determine $\int f\left(\sqrt{x}\right)dx, x\in[0,\infty)$.

22. Se consideră funcţia $f:\ \mathbf{R}\to\mathbf{R}, f(x)=\dfrac{x^2+2x+1}{x^2+1}$. Să se determine $\int (x^2+1)f(x)dx$.

23. Se consideră funcţia, $f(x)=x^{1004}+2012^x$. Să se determine $\int f(x)dx$.

24. Se consideră funcţiile $f,g:\ (0,\infty)\to\mathbf{R}$, date prin $f(x)=\sqrt{x}+\ln x$ şi $g(x)=\dfrac{\sqrt{x}+2}{2x}$. Să se arate că f este o primitivă a funcţiei g.

25. Se consideră funcţia $f:[0,1]\to\mathbf{R}, f(x)=1-x$. Să se determine $\int f(x)dx$.

26. Se consideră funcţia $f:[1,2]\to\mathbf{R}$, $f(x)=x+\dfrac{2}{x}$. Să se determine $\int f(x)dx$.

27. Să se determine $\int\left(\dfrac{1}{x}-3\sqrt{x}\right)dx$.

28. Să se determine $\int(x+\sqrt{x})dx$.

29. Se consideră funcţia $f:\ [1,\infty)\to\mathbf{R}, f(x)=\ln x+\dfrac{1}{x}$. Să se arate că funcţia $F:\ [1,\infty)\to\mathbf{R}$, $F(x)=(x+1)\ \ln x-x+1$ este o primitivă a funcţiei f.

30. Se consideră funcţiile $f_m:[0,2]\to\mathbf{R}$ definite prin $f_m=(2-x)^n$. Să se determine $\int f_1(x)dx$.

31. Se consideră funcţiile $f_m:[0,1]\to\mathbf{R}$ definite prin $f_m(x)=x^m+(1-x)^m$. Să se determine $\int f_2(x)dx$.

32. Se consideră funcţiile $f_m:\mathbf{R}\to\mathbf{R}$ definite prin $f_m=x^m+1$. Să se determine $\int f_1(x)dx$.

33. Se consideră funcţiile $f_m:[0,1]\to\mathbf{R}$ definite prin $f_m(x)=m^2x^2+(m^2-m+1)x+1,$ unde $m\in\mathbf{R}$. Să se calculeze $\int f_1(x)dx.$

34. Se consideră funcţiile $f_m:[0,1]\to\mathbf{R}$ definite prin $f_m=(x^{m+1}+1)\cdot e^x$. Să se determine $\int f_0(x)\cdot e^{-x}dx$.

35. Se consideră funcţiile $f_m:[0,1]\to\mathbf{R}$ definite prin $f_n(x)=e^{x^n},n\in\mathbf{N}^*$. Să se determine $\int f_1(x)dx$.